

Matthias Huthmacher

Mathematik Mittelstufe - Hessen

Lückenfüller Klasse 8

Terme - Gleichungen -
Lineare Funktionen

50 Aufgaben mit
ausführlichen Lösungen

„ Wenn Du willst, dass Dir eine leichte Aufgabe richtig schwer erscheint, schieb sie einfach auf. „

Olin Miller



Webseite zum Buch:
<https://mathe.coach/hgn9e>

1. Auflage Juli 2026

Die Vervielfältigung dieses Buches oder von Teilen daraus ist für Unterrichtszwecke erlaubt.

Inhalt

Aufgaben zum Thema Terme	03
Aufgaben zum Thema Gleichungen	11
Aufgaben zum Thema lineare Funktionen	12
Lösungen zum Thema Terme	26
Lösungen zum Thema Gleichungen	50
Lösungen zum Thema lineare Funktionen	54



Dies ist das langweiligste Buch, das Du jemals in Deinen Händen halten wirst! Ein Mathe Übungsbuch, voll mit Buchstaben, mit denen man angeblich rechnen kann.

Es gibt hier Aufgaben mit ausführlichen Lösungen, so dass Du nachschauen kannst wie es geht, wenn

Du mit einer Aufgabe nicht zurecht kommst. Und so sollte man mit diesem Buch arbeiten:

Wenn Du nicht weißt, wie Du eine Aufgabe lösen sollst, dann schau in die Lösungen und versuche, die Lösung nachzuvollziehen. Idealerweise schreibst Du die Lösung ab, gehst dann zurück zur Aufgabe und versuchst noch einmal, sie zu lösen. Die Arbeit für das Abschreiben lohnt sich aber nur, wenn Du die einzelnen Schritte verstehst. Wenn das alles für Dich keinen Sinn ergibt, dann lass es Dir lieber erklären, als an den Aufgaben zu verzweifeln. Das Buch soll Dir helfen und möchte keinen Frust erzeugen.

Die drei Themen in diesem Buch sind sehr wichtig für den weiteren Matheunterricht. Terme, Gleichungen und lineare Funktionen sind die Grundstoffe, aus denen das restliche Haus der Mathematik bis zum Schulabschluss gebaut wird.

Wenn Du einen Fehler findest, Fragen, Anregungen oder Kritik mitteilen möchtest, kannst Du mir gerne schreiben unter hallo@mathe.coach

Viel Erfolg beim Bearbeiten der Aufgaben!
Matthias Huthmacher

1

Terme
Grundlagen
5 Minuten



Vereinfache die Terme so weit wie möglich.

a) $2a + 3ab - b + 5ab + 5a - 6b =$

d) $(4x + 3y) - (8x - 4y) =$

b) $4x + (2x - 6y) =$

e) $-6a^2 - (4a + a^2) + 3a + 2a^2 =$

c) $5ab - (5a + 7ab) =$

f) $x^2 + 2x - (x^2 + 2x) =$

2

Terme
Grundlagen
5 Minuten



Vereinfache die Terme so weit wie möglich.

a) $x \cdot x \cdot y \cdot y \cdot y =$

d) $a^2 \cdot (-2a) \cdot ab =$

b) $4 \cdot 8x \cdot 2 \cdot 9y =$

e) $4rs^2 \cdot (-5r^2s) =$

c) $ab \cdot ab =$

f) $y^2 \cdot (-10z) \cdot 10x =$

3

Terme
Grundlagen
5 Minuten



Vereinfache die Terme so weit wie möglich.

a) $16x : 4 =$

d) $\frac{54x}{9} =$

b) $42ab : 7 =$

e) $\frac{-18x}{x} =$

c) $81a : (-3) =$

f) $\frac{-27ab}{3a} =$

4 Terme Grundlagen 5 Minuten



Vereinfache die Terme so weit wie möglich.

a) $3 \cdot 4x : 6 =$

d) $14x \cdot 3y : (-7) =$

b) $21x \cdot y : (-3) =$

e) $32x^2 \cdot (-2) : 8x =$

c) $36r \cdot (-s) : 4 =$

f) $-6ab \cdot a^2 : (-3a) =$

5 Terme Grundlagen 5 Minuten



Löse die Klammern auf.

a) $(3a)^2 =$

d) $(3a^2b)^4 =$

b) $\left(\frac{2}{5}x\right)^2 =$

e) $(-3ab^2)^2 =$

c) $(-6x)^2$

f) $(-2a^2b^3)^3 =$

6 Terme Grundlagen 5 Minuten



Vereinfache die Terme so weit wie möglich.

a) $6xy + 2x \cdot 7y =$

d) $3 \cdot 2a \cdot (-5b) - 6b \cdot 5a =$

b) $-3ab - b \cdot 4a =$

e) $2ab^2 + 3b \cdot 6a \cdot b =$

c) $2 \cdot (-3y) + 4y \cdot 6 =$

f) $6abc^2 - 2c \cdot 5a \cdot bc =$

7 Terme Fortgeschritten 10 Minuten



Vereinfache die Terme so weit wie möglich.

a) $4a^2 - 3 \cdot 2ab + a \cdot 6 \cdot a + 5ab =$

d) $4x^2y^3 + 6xy \cdot xy^2 - 2y^2 \cdot 3x^2y =$

b) $y \cdot 2xy + 3xy^2 - y^2 \cdot (-4x) - xy^2 =$

e) $-6rs + 2s \cdot r^2s^3 + rs \cdot 8 + 3r \cdot 4s^2 \cdot rs^2 =$

c) $7a \cdot 4b + 5ab + (-2)a \cdot (-6)b =$

f) $6y \cdot 2x^2 + 3x^2 - 12yx^2 - x^2 \cdot 4 + x \cdot xy =$

8 Terme Grundlagen 5 Minuten



Multipliziere die Klammern aus.

a) $3 \cdot (a + b) =$

d) $x \cdot (x + y + z) =$

b) $5 \cdot (2x - y) =$

e) $3b \cdot (4a - 5b - 4c) =$

c) $-4 \cdot (a + 2b - 4c) =$

f) $-5x^2 \cdot (3x - 9y + 11z) =$

9 Terme Fortgeschritten 8 Minuten



Multipliziere die Klammern aus.

a) $ab \cdot (2 + 5a) =$

d) $5x^2y^3 \cdot (2x - 4xy + 5y) =$

b) $x^2y \cdot (-4x + y - 3xy) =$

e) $6ab \cdot (9a + 2b - 11) =$

c) $-2ab^2 \cdot (c + d + e) =$

f) $-9xy \cdot (13x^2 - 3xy + 3y^2) =$

10

Terme
Grundlagen
8 Minuten



Multipliziere die Klammer aus und fasse zusammen.

a) $5a + 6(3a + 11) =$

d) $3(4a - 2b) - 6(2a + 6b) =$

b) $4(9x - 8y) + 12x =$

e) $5a(3x - 7) - 3a(5 + 8x) =$

c) $6x^2 + 4x(6x - 9y) =$

f) $3(6x^2 + 7y^2) - 9x(5x + 2y) =$

11

Terme
Grundlagen
8 Minuten



Multipliziere die Klammer aus und fasse zusammen.

a) $(2 + a) \cdot (4 + a) =$

d) $2(a + 3b) \cdot (6a - 3b) =$

b) $(x - 7) \cdot (y + 9) =$

e) $(8x - 4y) \cdot (x + y - z) =$

c) $(3x - 4y) \cdot (2x - 6y) =$

f) $-(2 + x^2) \cdot (x + 3) =$

12

Terme
Grundlagen
10 Minuten



Multipliziere die Klammer aus und fasse zusammen.

a) $6(2a + 2b) + 6b - 2a =$

d) $xy + (x - y) \cdot (2x + 4) + 5 - x =$

b) $10 + 4(x - 2y) + 10x =$

e) $a \cdot 5a + 2a(4a - 4) + 8a =$

c) $8r^2 + (4r - 6s) \cdot 5r - 12rs =$

f) $3ab \cdot (4a + 6b) - 5a^2b + 2ab^2 + 2ab =$

13

Terme
Grundlagen
5 Minuten



Löse die Minusklammer auf und fasse zusammen, falls möglich.

a) $-(a + b) =$

d) $-(6x - 12y) - (-2x + y) =$

b) $-(-x + y) =$

e) $2rs - (-4s + 8rs) + s - (2s - 4rs) =$

c) $-(4x + 3y - z) =$

f) $-(-(x - y + z)) =$

14

Terme
Grundlagen
5 Minuten



Klammere die größtmögliche Zahl aus.

a) $4x + 8 =$

d) $14xy + 21xz =$

b) $12a + 6b =$

e) $25ab + 50bc - 75abc =$

c) $18x + 27y - 36x =$

f) $-24xy + 36ab - 48rs =$

15

Terme
Grundlagen
10 Minuten



Klammere die gemeinsamen Variablen aus.

a) $xy + xz =$

d) $abc + abd + abe =$

b) $abc + acd + ade =$

e) $7axy + 2bxy - 5cxy =$

c) $4xy - 3yz + 5xyz =$

f) $-2acxy + 6cxz - 9bcx =$

16

Terme
Grundlagen
10 Minuten



Klammere die gemeinsame Variable aus.

a) $ab + b^2 =$

d) $a^2bc + ab^2c + abc^2 =$

b) $x^2y + xy + xy^2 =$

e) $6x^3y^2 - x^2y + 5x^2y^3 =$

c) $2a^2bc + 5ade - 8abc =$

f) $-4ab^2c^2 + 3abc + 5a^2b^2c^2 =$

17

Terme
Grundlagen
10 Minuten



Klammere die größtmögliche Zahl und gemeinsame Variablen aus.

a) $4ax + 12xy =$

d) $28a^3b^3c^3 - 14b^2a^3c + 42ca^3b^2 =$

b) $24x^2y + 16xy^2 =$

e) $45xz - 60yzx + 75z^2yx =$

c) $42x^2yz - 7xyz^2 + 21yz^2 =$

f) $20r^2t - 40r^3t^4 + 60tr =$

18

Terme
Grundlagen
10 Minuten



Löse die Klammer mithilfe der binomischen Formeln auf.

a) $(x + y)^2 =$

d) $(x - 5)^2 =$

b) $(x + 3)^2 =$

e) $(x + y) \cdot (x - y) =$

c) $(x - y)^2 =$

f) $(x + 6) \cdot (x - 6) =$

19

Terme
Fortgeschritten
10 Minuten



Löse die Klammer mithilfe der binomischen Formeln auf.

a) $(3x + y)^2 =$

d) $(11a + 15b) \cdot (11a - 15b) =$

b) $(5x - 4y)^2 =$

e) $(-9a + 7b)^2 =$

c) $(xy + xz)^2 =$

f) $(4a + (-3b))^2 =$

20

Terme
Fortgeschritten
15 Minuten



Löse die Klammern auf und fasse zusammen, so weit möglich. Nutze (wenn möglich) die binomischen Formeln.

a) $5x^2 + 3xy + (4x + 2y)^2 =$

d) $(4x - 9y)^2 + 9y^2 - 20x^2 + 4xy + 4x^2 =$

b) $(6a + 11b) \cdot (6a - 11b) + 121b^2 =$

e) $10x^2 - (3x + 2y)^2 - 12xy + 4y^2 =$

c) $(9a - b)^2 + (a + b)^2 =$

f) $(3a^2 + 3b^2) \cdot (3a^2 - 3b^2) - 3a^4 + 3b^3 =$

21

Terme
Grundlagen
8 Minuten



Nutze die binomische Formeln, um den Ausdruck als Produkt zu schreiben.

a) $x^2 + 2xy + y^2$

d) $25x^2 + 40xy + 16y^2 =$

b) $x^2 + 6x + 9 =$

e) $30x + 9 + 25x^2 =$

c) $x^2 - 16x + 64 =$

f) $1 + 2x + x^2 =$



Ergänze so, dass eine binomische Formel entsteht. Schreibe auch in der Kurzform

a) $a^2 + 2ab + \underline{\hspace{2cm}} =$

d) $x^2 - \underline{\hspace{2cm}} + 25y^2 =$

b) $x^2 - 8x + \underline{\hspace{2cm}} =$

e) $\underline{\hspace{2cm}} + 14xy + \underline{\hspace{2cm}} =$

c) $4x^2 + 12xy + \underline{\hspace{2cm}} =$

f) $\underline{\hspace{2cm}} + 6x \underline{\hspace{1cm}} + 9y^2 =$

“
Beginne mit dem Notwendigen,
dann tue das Mögliche und plötzlich
wirst Du das Unmögliche tun. ”

Franz von Assisi

1 Gleichungen Grundlagen 5 Minuten



Löse die Gleichungen und gib die Lösungsmenge an.

a) $7x = 42$

d) $-9x - 4 = 59$

b) $-12x = 144$

e) $16x + 12 = -52$

c) $5x + 9 = 34$

f) $24 = -4 + 7x$

2 Gleichungen Grundlagen 8 Minuten



Löse die Gleichungen und gib die Lösungsmenge an.

a) $6x + 7 = 12x - 5$

d) $x - 3x + 7 = 2 + x + 6$

b) $-15x + 36 = 2x - 32$

e) $5x + 8 - x = 0$

c) $5 - x = 7 + x$

f) $x^2 + 4x - 6 = x^2 - 3x + 1$

3 Gleichungen Fortgeschritten 12 Minuten



Löse die Gleichungen und gib die Lösungsmenge an.

a) $2(x + 8) - 4 = 9$

d) $(x + 3) \cdot (x - 5) = x^2 - 10$

b) $-(4x + 5) = 8x + 19$

e) $-6(2x - 3) + x = 5x - 2$

c) $18x - 35 - 3(4 + x) = -2$

f) $\frac{1}{2}(6x + 10) - (x + 5) = 9$

1

Lineare Funktionen
Grundlagen
15 Minuten



Vervollständige die Wertetabelle und zeichne den Graphen der Funktion.

a) $y = -2x + 1$

x	-2	-1	0	1	2	3
y						

b) $y = \frac{1}{2}x - 2$

x	-2	-1	0	1	2	3
y						

2

Lineare Funktionen
Grundlagen
25 Minuten



Zeichne die Geraden in ein Koordinatensystem. Erstelle für jede Gerade ein neues Koordinatensystem.

a) $y = 2x$

c) $y = 1,5x - 2$

b) $y = -x + 3$

d) $y = -0,5x - 1$

3

Lineare Funktionen
Grundlagen
5 Minuten



Prüfe rechnerisch, ob die Punkte auf der Geraden liegen.

a) Gerade mit $y = 4x - 3$

$A(0|-3)$

$B(-2|-11)$

$C(5|-17)$

b) Gerade mit $y = -\frac{1}{3}x + 2$

$A(3|1)$

$B(-3|-1)$

$C(18|-4)$

4

Lineare Funktionen Grundlagen 10 Minuten



Emma kauft Muffins beim Bäcker. Ein Muffin kostet 1,50 €. Mit der Funktion $y = 1,5x$ lässt sich berechnen, wie viel Emma bezahlen muss.

- Welche Bedeutung haben die Werte x und y hier?
- Vervollständige die Tabelle und erkläre, was die Werte bedeuten.

x	0	1	5			10
y				9	12	

- Zeichne diese Zuordnung in ein Koordinatensystem. Macht es Sinn, die Punkte zu verbinden?

5

Lineare Funktionen Grundlagen 8 Minuten



Stelle eine Funktionsgleichung für den gegebenen Sachverhalt auf.

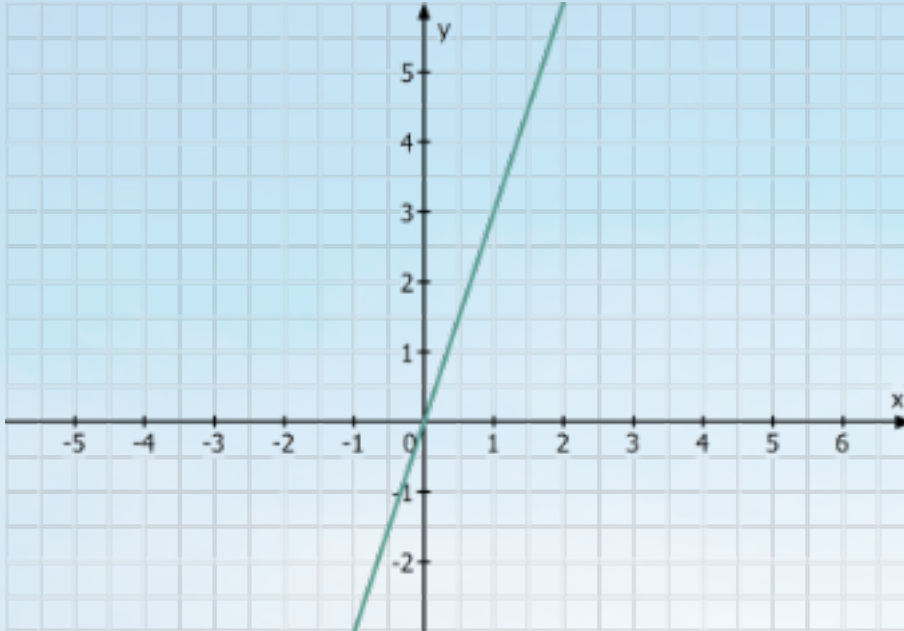
- Ein Brötchen kostet 0,45 EUR. Die Funktion soll die Anzahl der Brötchen dem Gesamtpreis zuordnen, den man bezahlen muss.
- Ein Telefonanbieter berechnet pro Gesprächsminute 0,15€ und jeden Monat 5 EUR Grundgebühr. Die Funktion soll die Anzahl der telefonierten Minuten pro Monat den Gesamtkosten zuordnen.
- Für 8 Stifte werden 9,60€ berechnet. Zusätzlich kommt bei jedem Einkauf eine Tüte dazu, die 0,20€ kostet. Die Funktion soll die Anzahl der gekauften Stifte dem Gesamtpreis zuordnen, den man bezahlen muss.

6

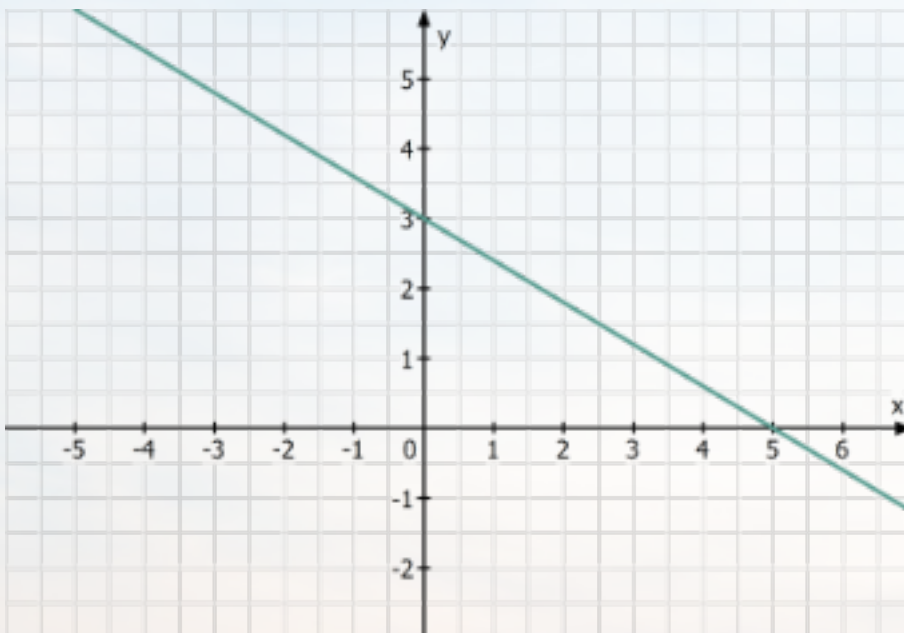
**Lineare Funktionen
Grundlagen
10 Minuten**

Zeichne ein Steigungsdreieck an den Graphen und bestimme die Steigung der Funktion. Lies dann den Schnittpunkt mit der y-Achse ab und gib die Funktionsgleichung der Geraden an.

a)



b)



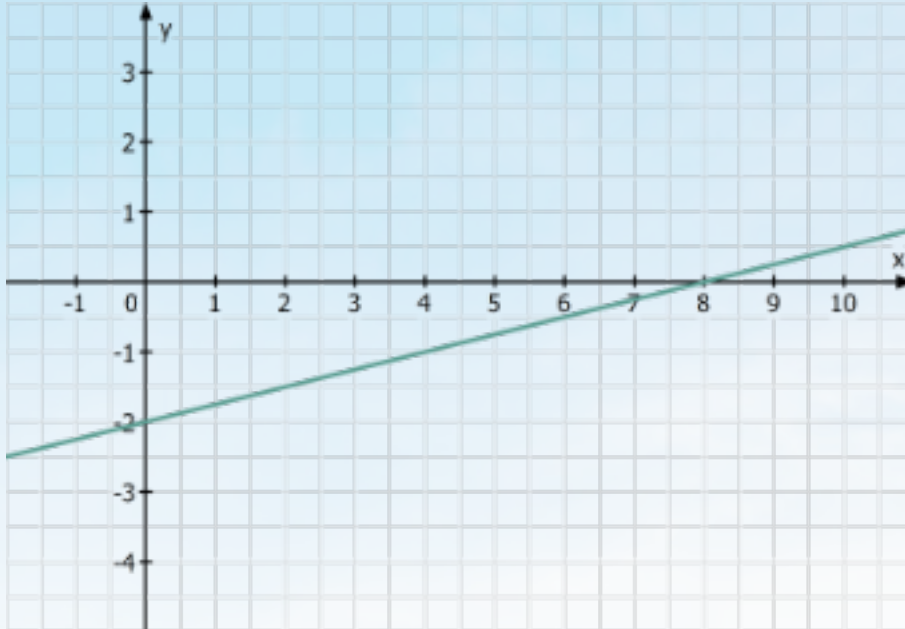
6

Lineare Funktionen Grundlagen 10 Minuten

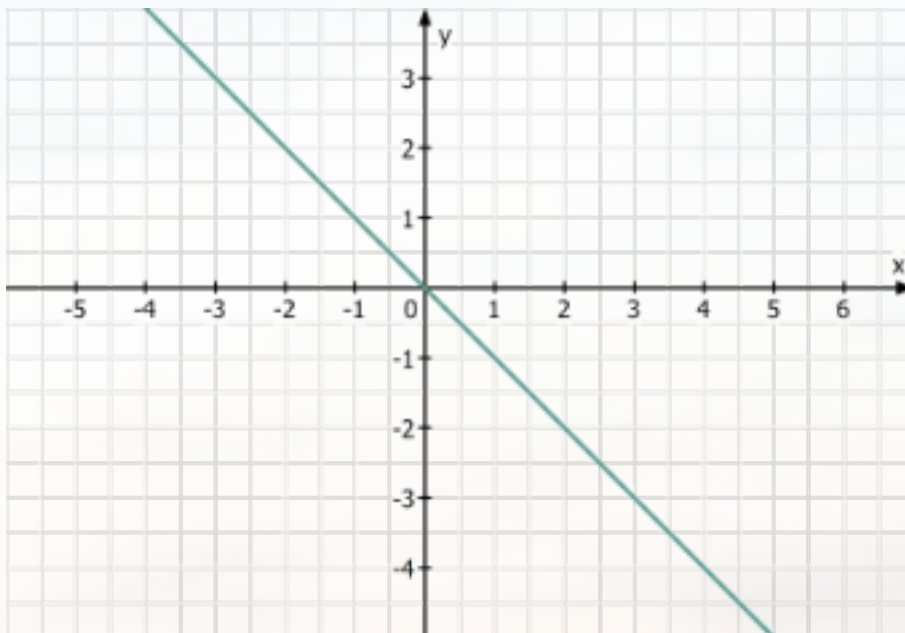


Zeichne ein Steigungsdreieck an den Graphen und bestimme die Steigung der Funktion. Ließ dann den Schnittpunkt mit der y-Achse ab und gib die Funktionsgleichung der Geraden an.

c)



d)



7

Lineare Funktionen
Grundlagen
20 Minuten



Zeichne die Punkte A und B in ein Koordinatensystem, verbinde sie zu einer Geraden und bestimme die Gleichung der Geraden.

a) $A(2|-3)$ $B(-4|-6)$

b) $A(2|1,5)$ $B(0|0)$

c) $A(3|0)$ $B(6|-2)$

d) $A(2|-2)$ $B(-1|10)$

8

Lineare Funktionen
Fortgeschritten
15 Minuten



Liegen die Punkte $A(-1|-2)$, $B(0|-5)$ und $C(1|-8)$ auf einer Geraden? Fallen Dir verschiedene Wege ein, wie man das herausfinden könnte?

9

Lineare Funktionen
Grundlagen
5 Minuten



Gegeben ist eine Gerade durch die Funktionsgleichung $y = -2,5x + 1,5$. Bestimme die fehlenden Koordinaten der Punkte so, dass die Punkte auf der Geraden liegen.

$A(1|y)$ $B(x|-6)$ $C(4|y)$ $D\left(x\left|\frac{1}{4}\right.\right)$

10

Lineare Funktionen Grundlagen 5 Minuten



Entscheide anhand der Funktionsgleichung, welche Geraden parallel zueinander sind.

a) $y = -2x + 5$

d) $y = -\frac{1}{6}x + 5$

b) $y = 6x - 2$

e) $y = 2 \cdot (3x - 6)$

c) $y = 4 + 2x$

f) $y = 2x - 6$

11

Lineare Funktionen Fortgeschritten 12 Minuten



- a) Gib die Gleichung einer Geraden an, die parallel zur Geraden $y = \frac{1}{3}x - 4$ verläuft und durch den Punkt $A(3|2)$ geht.
- b) Gib die Gleichung einer Geraden an, die den gleichen Schnittpunkt mit der y-Achse hat wie die Gerade $y = 5x + 2$ und durch die Punkt $A(1|5)$ geht.
- c) Wie ändert sich die Gleichung der Geraden $y = 4x$, wenn die Gerade um 3 Einheiten nach oben verschoben wird?
- d) Gib die Gleichung einer Geraden an, die fällt und die y-Achse bei 2 schneidet.
- e) Eine Gerade schneidet die x-Achse bei 3 und die y-Achse bei 6. Wie lautet die Geradengleichung?

12

Lineare Funktionen
Grundlagen
10 Minuten



- Bestimme die Funktionsgleichung der abgebildeten Geraden.
- Lies die Nullstellen der Geraden ab und prüfe die Nullstellen rechnerisch mit der Funktionsgleichung, die Du in Aufgabe a) aufgestellt hast.



13

Lineare Funktionen
Grundlagen
5 Minuten



Prüfe, ob die angegebene Zahl eine Nullstelle der Geraden ist.

- | | | | |
|----------------------------|----------|-----------------------------|----------|
| a) $y = 4x - 8$ | $x = 2$ | d) $y = \frac{3}{4}x - 3$ | $x = 4$ |
| b) $y = -\frac{1}{2}x + 2$ | $x = -2$ | e) $y = -\frac{1}{10}x + 9$ | $x = 90$ |
| c) $y = x - 3$ | $x = 3$ | f) $y = x$ | $x = 1$ |

14

Lineare Funktionen
Grundlagen
8 Minuten



Berechne die Nullstelle der Funktionen.

a) $y = x - 8$

d) $y = -\frac{2}{5}x + 6$

b) $y = -2x + 10$

e) $y = \frac{1}{3}x + 7$

c) $y = \frac{1}{4}x - 12$

f) $y = 2,4x + 3,6$

15

Lineare Funktionen
Grundlagen
15 Minuten



Bestimme die Funktionsgleichung der Geraden, die durch die beiden Punkte A und B verläuft.

a) $A(0|-3)$ $B(5|27)$

d) $A\left(2\left|-\frac{1}{2}\right.\right)$ $B\left(6\left|\frac{5}{2}\right.\right)$

b) $A(3|8)$ $B(2|7)$

e) $A(8|-2)$ $B(-4|2)$

“

Zu langes Nachdenken über eine Sache macht sie oft unmöglich.

”

Eva Young

16

Lineare Funktionen
Grundlagen
8 Minuten



- Stelle die Gleichungen der abgebildeten Geraden auf.
- Lies den Punkt ab, in dem sich die beiden Geraden schneiden.
- Überprüfe rechnerisch, ob der von Dir abgelesene Schnittpunkt richtig ist.



17

Lineare Funktionen
Grundlagen
8 Minuten



Berechne den Schnittpunkt der beiden Geraden.

- $f(x) = 6x - 3$
 $g(x) = 2x + 1$
- $f(x) = -12x + 2$
 $g(x) = 4x + 10$
- $f(x) = \frac{3}{4}x - \frac{1}{2}$
 $g(x) = \frac{1}{2}x - \frac{3}{4}$

18

Lineare Funktionen
Fortgeschritten
15 Minuten



Gegeben sind zwei Geraden durch die Funktionsgleichungen $f(x) = -0,5x + 1$ und $g(x) = x + 4$

- Berechne die Nullstellen der beiden Funktionen.
- Berechne den Schnittpunkt der Geraden.
- Zeichne die Geraden in ein Koordinatensystem, markiere die Nullstellen und den Schnittpunkt.
- Der Schnittpunkt und die Nullstellen der beiden Geraden bilden ein Dreieck. Berechne die Fläche dieses Dreiecks.

19

Lineare Funktionen
Fortgeschritten
10 Minuten



In einer Regentonne befinden sich 126 Liter Wasser. Pro Minuten fließen 3,5 Liter raus.

- Stelle eine Funktionsgleichung auf, mit der man berechnen kann, wie viel Liter Wasser nach x Minuten noch in der Regentonne sind.
- Nach wie viel Minuten ist nur noch die Hälfte der Wassermenge vorhanden? Wann ist die Tonne leer?
- Wie ändert sich die in a) aufgestellte Funktionsgleichung, wenn es regnet und 0,3 Liter Wasser pro Minute in die Tonne fließen?

20

Lineare Funktionen
Fortgeschritten
10 Minuten



Ein Flugzeug fliegt in 10.000 m Höhe und beginnt den Landeanflug. Nach 20 Minuten landet das Flugzeug. Es wird angenommen, dass der Landeanflug geradlinig verläuft.

- a) Stelle eine Funktionsgleichung der Geraden auf, die den Landeanflug beschreibt. Dabei soll x für die Zeit in Minuten stehen und y für die aktuelle Flughöhe.
- b) Wie viel Höhe verliert das Flugzeug pro Minute?
- c) In welcher Höhe befindet sich das Flugzeug nach 3 Minuten?
- d) Nach welcher Zeit hat das Flugzeug eine Flughöhe von 7300 m?

21

Lineare Funktionen
Fortgeschritten
10 Minuten



Ein Chemiekonzern benötigt täglich 3000kg Ammoniak zur Herstellung von Dünger. Es gibt einen Vorrat von 22,5 t.

- a) Erläutere die Bedeutung der Funktionsgleichung $f(x) = -3x + 22,5$ im Sachzusammenhang. Wofür stehen x und $f(x)$?
- b) Berechne die Nullstelle der Funktion. Welche Bedeutung hat die Nullstelle im Sachzusammenhang?
- c) Wenn der Vorrat unter 10,5 t fällt, muss Ammoniak nachbestellt werden. Nach wie vielen Tagen muss die Nachbestellung erfolgen?

22

Lineare Funktionen
Fortgeschritten
15 Minuten



Bei der Firma Ärgis kostet ein Mietwagen pro Tag 230 €. Pro gefahrenem Kilometer werden 0,50€ berechnet. Bei einem anderen Saftladen namens Schrottcars kostet eine verrostete Karre mit Getriebeschaden nur 50 € pro Tag, dafür werden pro gefahrenem Kilometer 1,50€ berechnet (falls die Kiste überhaupt fährt).

- Nehmen wir an, beide Autos schaffen eine Strecke von 400 km ohne Werkstattbesuch. Bei welchem Anbieter wäre die Automiete günstiger?
- Bei welchem Anbieter würdest Du das Auto mieten, wenn das Geld egal ist? Fällt Dir auf, wie der Text Deine Entscheidung manipuliert hat?
- Stelle für jeden Anbieter eine Funktionsgleichung auf, mit der die Kosten der Automiete in Abhängigkeit von den gefahrenen Kilometern berechnet werden können.
- Berechne die Anzahl von Kilometern, bei denen die Automiete bei beiden Anbietern gleich hoch ist. Wie hoch ist die Miete in diesem Fall?

23

Lineare Funktionen
Fortgeschritten
15 Minuten



In den USA wird die Temperatur in Fahrenheit (°F) angegeben. In Europa nutzt man die Celsius-Skala (°C). 15 °C entsprechen 59 °F. 30 °C entsprechen 86 °F. Der Zusammenhang ist linear.

- Stelle eine Funktionsgleichung auf, mit der man eine Temperatur von °C in °F umrechnen kann.
- Wie lautet die Funktionsgleichung für die umgekehrte Umrechnung von °F in °C?
- Rechne 5 °C in °F um.
- Rechne 95 °F in °C um.

24

Lineare Funktionen
Profi
15 Minuten



Der Supercomputer Cray Y-MP war im Jahr 1990 der schnellste Superrechner der Welt. Er schaffte eine Rechenleistung von 1 GFLOPS. Das sind eine Milliarde Rechenoperationen in einer Sekunde. Eine Smartwatch im Jahr 2026 hat eine Rechenleistung von ca. 55 GFLOPS. Wir nehmen an, die Entwicklung der Rechenleistung wäre linear verlaufen.

- Stelle eine Geradengleichung auf, die dem Jahr x ($x = 0$ steht für 1990) die Rechenleistung zuordnet.
- Welche Rechenleistung hätte nach diesem Modell der Cray T3E Supercomputer im Jahr 2000 haben müssen?
- Tatsächlich hatte der Cray T3E im Jahr 2000 eine Rechenleistung von 900 GFLOPS. Wie viele Jahre hätte die Entwicklung dieser Rechenleistung gedauert, wenn das lineare Modell stimmen würde?
- Welcher Denkfehler ist in den Aufgabenstellungen b) und c) gemacht worden?

25

Lineare Funktionen
Profi
15 Minuten



In einem Krankenhaus bekommt ein Patient eine Infusion. Auf einem Display kann die Zeit und die Menge an Flüssigkeit abgelesen werden, die sich noch in der Flasche befindet. Folgende Werte wurden abgelesen:

Zeit x in Minuten	5	17	24	29	33
Flascheninhalt in ml	525	345	240	165	105

- Der Vorgang ist linear. Stelle eine Funktionsgleichung auf, mit der die Füllmenge der Flasche zur Zeit x berechnet werden kann.
- Wie viel Flüssigkeit war zu Beginn in der Flasche?
- Berechne die Nullstelle der Funktion und erkläre die Bedeutung im Sachzusammenhang.
- Wie viel ml befinden sich nach 18 Minuten in der Flasche?
- Wann befinden sich noch 255 ml in der Flasche?

“ Der Unterschied zwischen dem, der du bist und dem, der du sein möchtest, ist das was du tust.“ ”

Unbekannt

Lösungen - Terme

1

Terme
Grundlagen
5 Minuten



Vereinfache die Terme so weit wie möglich.

a) $2a + 3ab - b + 5ab + 5a - 6b =$
 $2a + 5a - b - 6b + 3ab + 5ab =$
 $7a - 7b + 8ab$

b) $4x + (2x - 6y) =$
 $4x + 2x - 6y =$
 $6x - 6y$

c) $5ab - (5a + 7ab) =$
 $5ab - 5a - 7ab =$
 $5ab - 7ab - 5a =$
 $-2ab - 5a$

d) $(4x + 3y) - (8x - 4y) =$
 $4x + 3y - 8x + 4y =$
 $4x - 8x + 3y + 4y =$
 $-4x + 7y$

e) $-6a^2 - (4a + a^2) + 3a + 2a^2 =$
 $-6a^2 - 4a - a^2 + 3a + 2a^2 =$
 $-6a^2 - a^2 + 2a^2 - 4a + 3a =$
 $-5a^2 - a$

f) $x^2 + 2x - (x^2 + 2x) =$
 $x^2 + 2x - x^2 - 2x =$
 $x^2 - x^2 + 2x - 2x =$
 $0 - 0 =$
 0

Lösungen - Terme

2

Terme
Grundlagen
5 Minuten



Vereinfache die Terme so weit wie möglich.

a) $x \cdot x \cdot y \cdot y \cdot y =$
 $x^2 \cdot y^3 =$
 $x^2 y^3$

b) $4 \cdot 8x \cdot 2 \cdot 9y =$
 $4 \cdot 8 \cdot x \cdot 2 \cdot 9 \cdot y =$
 $4 \cdot 8 \cdot 2 \cdot 9 \cdot x \cdot y =$
 $576xy$

c) $ab \cdot ab =$
 $a \cdot b \cdot a \cdot b =$
 $a \cdot a \cdot b \cdot b =$
 $a^2 \cdot b^2 =$
 $a^2 b^2$

d) $a^2 \cdot (-2a) \cdot ab =$
 $a \cdot a \cdot (-2a) \cdot a \cdot b =$
 $-2 \cdot a \cdot a \cdot a \cdot a \cdot b =$
 $-2 \cdot a^4 \cdot b =$
 $-2a^4 b$

e) $4rs^2 \cdot (-5r^2s) =$
 $4 \cdot r \cdot s \cdot s \cdot (-5) \cdot r \cdot r \cdot s =$
 $4 \cdot (-5) \cdot r \cdot r \cdot r \cdot s \cdot s \cdot s =$
 $-20 \cdot r^3 \cdot s^3 =$
 $-20r^3 s^3$

f) $y^2 \cdot (-10z) \cdot 10x =$
 $y \cdot y \cdot (-10) \cdot z \cdot 10 \cdot x =$
 $-10 \cdot 10 \cdot x \cdot y \cdot y \cdot z =$
 $-100 \cdot x \cdot y^2 \cdot z =$
 $-100xy^2 z$

Lösungen - Terme

3

Terme
Grundlagen
5 Minuten



Vereinfache die Terme so weit wie möglich.

a) $16x : 4 =$

$$\frac{16x}{4} = 4x$$

b) $42ab : 7 =$

$$\frac{42ab}{7} = 6ab$$

c) $81a : (-3) =$

$$\frac{81a}{-3} = -27a$$

d) $\frac{54x}{9} = 6x$

e) $\frac{-18x}{x} = -18$

f) $\frac{-27ab}{3a} = -9b$

Lösungen - Terme

4

Terme
Grundlagen
5 Minuten



Vereinfache die Terme so weit wie möglich.

a) $3 \cdot 4x : 6 =$
 $12x : 6 =$
 $2x$

b) $21x \cdot y : (-3) =$
 $21 : (-3) \cdot x \cdot y =$
 $-7xy$

c) $36r \cdot (-s) : 4 =$
 $36 : 4 \cdot r \cdot (-s) =$
 $9r \cdot (-s) =$
 $-9rs$

d) $14x \cdot 3y : (-7) =$
 $14 \cdot 3 : (-7) \cdot x \cdot y =$
 $42 : (-7) \cdot x \cdot y =$
 $-6xy$

e) $32x^2 \cdot (-2) : 8x =$
 $\frac{32x^2 \cdot (-2)}{8x} =$
 $\frac{-64 \cdot x \cdot x}{8x} =$
 $-8x$

f) $-6ab \cdot a^2 : (-3a) =$
 $\frac{-6ab \cdot a^2}{-3a} =$
 $\frac{-6 \cdot a \cdot b \cdot a \cdot a}{-3 \cdot a} =$
 $2 \cdot a \cdot a \cdot b =$
 $2a^2b$

Lösungen - Terme

5

Terme
Grundlagen
5 Minuten



Vereinfache die Terme so weit wie möglich.

a) $(3a)^2 = 3^2 \cdot a^2 = 9a^2$

b) $\left(\frac{2}{5}x\right)^2 = \left(\frac{2}{5}\right)^2 \cdot x^2 = \frac{2^2}{5^2} \cdot x^2 = \frac{4}{25}x^2$

c) $(-6x)^2 = (-6)^2 \cdot x^2 = 36x^2$

d) $(3a^2b)^4 = 3^4 \cdot (a^2)^4 \cdot b^4 =$
 $3^4 \cdot a^{2 \cdot 4} \cdot b^4 =$
 $81a^8b^4$

e) $(-3ab^2)^2 = (-3)^2 \cdot a^2 \cdot (b^2)^2 =$
 $(-3) \cdot (-3) \cdot a^2 \cdot b^{2 \cdot 2} =$
 $9a^2b^4$

f) $(-2a^2b^3)^3 = (-2)^3 \cdot (a^2)^3 \cdot (b^3)^3 =$
 $(-2) \cdot (-2) \cdot (-2) \cdot a^{2 \cdot 3} \cdot b^{3 \cdot 3} =$
 $-8a^6b^9 =$

Lösungen - Terme

6

Terme
Grundlagen
5 Minuten



Vereinfache die Terme so weit wie möglich.

a) $6xy + 2x \cdot 7y =$
 $6xy + 14xy =$
 $20xy$

b) $-3ab - b \cdot 4a =$
 $-3ab - 4ab =$
 $-7ab$

c) $2 \cdot (-3y) + 4y \cdot 6 =$
 $2 \cdot (-3) \cdot y + 4 \cdot 6 \cdot y =$
 $-6y + 24y =$
 $18y$

d) $3 \cdot 2a \cdot (-5b) - 6b \cdot 5a =$
 $3 \cdot 2 \cdot (-5) \cdot a \cdot b - 6 \cdot 5 \cdot a \cdot b =$
 $-30ab - 30ab =$
 $-60ab$

e) $2ab^2 + 3b \cdot 6a \cdot b =$
 $2ab^2 + 3 \cdot 6 \cdot a \cdot b \cdot b =$
 $2ab^2 + 18ab^2 =$
 $20ab^2$

f) $6abc^2 - 2c \cdot 5 \cdot b =$
 $6abc^2 - 2 \cdot c \cdot 5 \cdot a \cdot b \cdot c =$
 $6abc^2 - 2 \cdot 5 \cdot a \cdot b \cdot c \cdot c =$
 $6abc^2 - 10abc^2 =$
 $-4abc^2$

Lösungen - Terme

7

Terme
Fortgeschritten
10 Minuten



Vereinfache die Terme so weit wie möglich.

a) $4a^2 - 3 \cdot 2ab + a \cdot 6 \cdot a + 5ab =$

$$4a^2 - 6ab + 6a^2 + 5ab =$$

$$4a^2 + 6a^2 - 6ab + 5ab =$$

$$10a^2 - ab$$

b) $y \cdot 2xy + 3xy^2 - y^2 \cdot (-4x) - xy^2 =$

$$2 \cdot x \cdot y \cdot y + 3 \cdot x \cdot y^2 - (-4) \cdot x \cdot y^2 - xy^2 =$$

$$2xy^2 + 3xy^2 + 4xy^2 - xy^2 =$$

$$8xy^2$$

c) $7a \cdot 4b + 5ab + (-2)a \cdot (-6)b =$

$$7 \cdot 4 \cdot a \cdot b + 5 \cdot a \cdot b + (-2) \cdot (-6) \cdot a \cdot b =$$

$$28ab + 5ab + 12ab =$$

$$45ab$$

d) $4x^2y^3 + 6xy \cdot xy^2 - 2y^2 \cdot 3x^2y =$

$$4x^2y^3 + 6 \cdot x \cdot x \cdot y \cdot y^2 - 2 \cdot 3 \cdot x^2 \cdot y^2 \cdot y =$$

$$4x^2y^3 + 6x^2y^3 - 6x^2y^3 =$$

$$4x^2y^3$$

e) $-6rs + 2s \cdot r^2s^3 + rs \cdot 8 + 3r \cdot 4s^2 \cdot rs^2 =$

$$-6 \cdot r \cdot s + 2 \cdot r^2 \cdot s \cdot s^3 + 8 \cdot r \cdot s + 3 \cdot 4 \cdot r \cdot r \cdot s^2 \cdot s^2 =$$

$$-6rs + 2r^2s^4 + 8rs + 12r^2s^4 =$$

$$-6rs + 8rs + 2r^2s^4 + 12r^2s^4 =$$

$$2rs + 14r^2s^4$$

f) $6y \cdot 2x^2 + 3x^2 - 12yx^2 - 2 \cdot 4 + \cdot y =$

$$6 \cdot 2 \cdot x^2 \cdot y + 3x^2 - 12 \cdot x^2 \cdot y - 4 \cdot x^2 + x \cdot x \cdot y =$$

$$12x^2y + 3x^2 - 12x^2y - 4x^2 + x^2y =$$

$$12x^2y - 12x^2y + x^2y + 3x^2 - 4x^2 =$$

$$x^2y - x^2$$

Lösungen - Terme

8

Terme
Grundlagen
5 Minuten



Multipliziere die Klammern aus

$$\begin{aligned}\text{a) } 3 \cdot (a + b) &= \\ 3 \cdot a + 3 \cdot b &= \\ 3a + 3b &\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\text{d) } x \cdot (x + y + z) &= \\ x \cdot x + x \cdot y + x \cdot z &= \\ x^2 + xy + xz &\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\text{b) } 5 \cdot (2x - y) &= \\ 5 \cdot 2x + 5 \cdot (-y) &= \\ 10x - 5y &\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\text{e) } 3b \cdot (4a - 5b - 4c) &= \\ 3b \cdot 4a + 3b \cdot (-5b) + 3b \cdot (-4c) &= \\ 3 \cdot 4 \cdot a \cdot b + 3 \cdot (-5) \cdot b \cdot b + 3 \cdot (-4) \cdot b \cdot c &= \\ 12ab - 15b^2 - 12bc &\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\text{c) } -4 \cdot (a + 2b - 4c) &= \\ -4 \cdot a + (-4) \cdot 2b + (-4) \cdot (-4c) &= \\ -4a - 8b + 16c &\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\text{f) } -5x^2 \cdot (3x - 9y + 11z) &= \\ -5x^2 \cdot 3x - 5x^2 \cdot (-9y) - 5x^2 \cdot 11z &= \\ -5 \cdot 3 \cdot x^2 \cdot x - 5 \cdot (-9) \cdot x^2 \cdot y - 5 \cdot 11 \cdot x^2 \cdot z &= \\ -15x^3 + 45x^2y - 55x^2z &\end{aligned}$$

Lösungen - Terme

9

Terme
Fortgeschritten
8 Minuten



Multipliziere die Klammern aus.

a) $ab \cdot (2 + 5a) =$

$$ab \cdot 2 + ab \cdot 5a =$$

$$2 \cdot a \cdot b + 5 \cdot a \cdot a \cdot b =$$

$$2ab + 5a^2b$$

b) $x^2y \cdot (-4x + y - 3xy) =$

$$x^2y \cdot (-4x) + x^2y \cdot y + x^2y \cdot (-3xy) =$$

$$-4 \cdot x \cdot x^2 \cdot y + x^2 \cdot y \cdot y - 3 \cdot x \cdot x^2 \cdot y \cdot y =$$

$$-4x^3y + x^2y^2 - 3x^3y^2$$

c) $-2ab^2 \cdot (c + d + e) =$

$$-2 \cdot a \cdot b^2 \cdot c - 2 \cdot a \cdot b^2 \cdot d - 2 \cdot a \cdot b^2 \cdot e =$$

$$-2ab^2c - 2ab^2d - 2ab^2e$$

d) $5x^2y^3 \cdot (2x - 4xy + 5y) =$

$$5x^2y^3 \cdot 2x + 5x^2y^3 \cdot (-4xy) + 5x^2y^3 \cdot 5y =$$

$$5 \cdot 2 \cdot x^2 \cdot x \cdot y^3 + 5 \cdot (-4) \cdot x^2 \cdot x \cdot y^3 \cdot y + 5 \cdot 5 \cdot x^2 \cdot y^3 \cdot y =$$

$$10x^3y^3 - 20x^3y^4 + 25x^2y^4$$

e) $6ab \cdot (9a + 2b - 11) =$

$$6ab \cdot 9a + 6ab \cdot 2b + 6ab \cdot (-11) =$$

$$6 \cdot 9 \cdot a \cdot a \cdot b + 6 \cdot 2 \cdot a \cdot b \cdot b + 6 \cdot (-11) \cdot a \cdot b =$$

$$54a^2b + 12ab^2 - 66ab$$

f) $-9xy \cdot (13x^2 - 3xy + 3y^2) =$

$$-9xy \cdot 13x^2 - 9xy \cdot (-3xy) - 9xy \cdot 3y^2 =$$

$$-9 \cdot 13 \cdot x \cdot x^2 \cdot y - 9 \cdot (-3) \cdot x \cdot x \cdot y \cdot y - 9 \cdot 3 \cdot x \cdot y \cdot y^2 =$$

$$-117x^3y + 27x^2y^2 - 27xy^3$$

Lösungen - Terme

10

Terme
Grundlagen
8 Minuten



Multipliziere die Klammern aus und fasse zusammen.

a) $5a + 6(3a + 11) =$

$$5a + 6 \cdot (3a + 11) =$$

$$5a + 6 \cdot 3a + 6 \cdot 11 =$$

$$5a + 18a + 66 =$$

$$23a + 66$$

d) $3(4a - 2b) - 6(2a + 6b) =$

$$3 \cdot 4a + 3 \cdot (-2b) - 6 \cdot 2a - 6 \cdot 6b =$$

$$12a - 6b - 12a - 36b =$$

$$12a - 12a - 6b - 36b =$$

$$-42b$$

b) $4(9x - 8y) + 12x =$

$$4 \cdot 9x + 4 \cdot (-8y) + 12x =$$

$$36x - 32y + 12x =$$

$$36x + 12x - 32y =$$

$$48x - 32y$$

e) $5a(3x - 7) - 3a(5 + 8x) =$

$$5a \cdot 3x + 5a \cdot (-7) - 3a \cdot 5 - 3a \cdot 8x =$$

$$15ax - 35a - 15a - 24ax =$$

$$15ax - 24ax - 35a - 15a =$$

$$-9ax - 50a$$

c) $6x^2 + 4x(6x - 9y) =$

$$6x^2 + 4x \cdot 6x + 4x \cdot (-9y) =$$

$$6x^2 + 4 \cdot 6 \cdot x \cdot x + 4 \cdot (-9) \cdot x \cdot y =$$

$$6x^2 + 24x^2 - 36xy =$$

$$30x^2 - 36xy$$

f) $3(6x^2 + 7y^2) - 9x(5x + 2y) =$

$$3 \cdot 6x^2 + 3 \cdot 7y^2 - 9x \cdot 5x - 9x \cdot 2y =$$

$$18x^2 + 21y^2 - 45x^2 - 18xy =$$

$$18x^2 - 45x^2 + 21y^2 - 18xy =$$

$$-27x^2 + 21y^2 - 18xy$$

Lösungen - Terme

11

Terme
Grundlagen
8 Minuten



Multipliziere die Klammern aus und fasse zusammen.

a) $(2 + a) \cdot (4 + a) =$
 $2 \cdot 4 + 2 \cdot a + a \cdot 4 + a \cdot a =$
 $8 + 2a + 4a + a^2 =$
 $a^2 + 6a + 8$

b) $(x - 7) \cdot (y + 9) =$
 $x \cdot y + x \cdot 9 + (-7) \cdot y + (-7) \cdot 9 =$
 $xy + 9x - 7y - 63$

c) $(3x - 4y) \cdot (2x - 6y) =$
 $3x \cdot 2x + 3x \cdot (-6y) + (-4y) \cdot 2x + (-4y) \cdot (-6y) =$
 $6x^2 - 18xy - 8xy + 24y^2$
 $6x^2 - 26xy + 24y^2$

d) $2(a + 3b) \cdot (6a - 3b) =$
 $2(a \cdot 6a + a \cdot (-3b) + 3b \cdot 6a + 3b \cdot (-3b)) =$
 $2(6a^2 - 3ab + 18ab - 9b^2) =$
 $2(6a^2 + 15ab - 9b^2) =$
 $2 \cdot 6a^2 + 2 \cdot 15ab + 2 \cdot (-9b^2) =$
 $12a^2 + 30ab - 18b^2$

e) $(8x - 4y) \cdot (x + y - z) =$
 $8x \cdot x + 8x \cdot y + 8x \cdot (-z) + (-4y) \cdot x + (-4y) \cdot y + (-4y) \cdot (-z) =$
 $8x^2 + 8xy - 8xz - 4xy - 4y^2 + 4yz =$
 $8x^2 + 4xy - 8xz - 4y^2 + 4yz$

f) $-(2 + x^2) \cdot (x + 3) =$
 $-(2 \cdot x + 2 \cdot 3 + x^2 \cdot x + x^2 \cdot 3) =$
 $-(2x + 6 + x^3 + 3x^2) =$
 $-2x - 6 - x^3 - 3x^2 =$
 $-x^3 - 3x^2 - 2x - 6$

Lösungen - Terme

12

Terme
Grundlagen
10 Minuten



Multipliziere die Klammern aus und fasse zusammen.

a) $6(2a + 2b) + 6b - 2a =$
 $6 \cdot 2a + 6 \cdot 2b + 6b - 2a =$
 $12a + 12b + 6b - 2a =$
 $12a - 2a + 12b + 6b =$
 $10a + 18b$

b) $10 + 4(x - 2y) + 10x =$
 $10 + 4 \cdot x + 4 \cdot (-2y) + 10x =$
 $10 + 4x - 8y + 10x =$
 $4x + 10x - 8y + 10 =$
 $14x - 8y + 10$

c) $8r^2 + (4r - 6s) \cdot 5r - 12rs =$
 $8r^2 + 4r \cdot 5r + (-6s) \cdot 5r - 12rs =$
 $8r^2 + 20r^2 - 30rs - 12rs =$
 $28r^2 - 42rs$

d) $xy + (x - y) \cdot (2x + 4) + 5 - x =$
 $xy + x \cdot 2x + x \cdot 4 + (-y) \cdot 2x + (-y) \cdot 4 + 5 - x =$
 $xy + 2x^2 + 4x - 2xy - 4y + 5 - x =$
 $xy - 2xy + 4x - x + 2x^2 - 4y + 5 =$
 $-xy + 3x + 2x^2 - 4y + 5$

e) $a \cdot 5a + 2a(4a - 4) + 8a =$
 $5a^2 + 2a \cdot 4a + 2a \cdot (-4) + 8a =$
 $5a^2 + 8a^2 - 8a + 8a =$
 $13a^2$

f) $3ab \cdot (4a + 6b) - 5a^2b + 2ab^2 + 2ab =$
 $3ab \cdot 4a + 3ab \cdot 6b - 5a^2b + 2ab^2 + 2ab =$
 $12a^2b + 18ab^2 - 5a^2b + 2ab^2 + 2ab =$
 $12a^2b - 5a^2b + 18ab^2 + 2ab^2 + 2ab =$
 $7a^2b + 20ab^2 + 2ab$

Lösungen - Terme

13

Terme
Grundlagen
5 Minuten



Löse die Minusklammer auf und fasse zusammen, falls möglich.

a) $-(a + b) = -a - b$

d) $-(6x - 12y) - (-2x + y) =$
 $-6x + 12y + 2x - y =$
 $-6x + 2x + 12y - y =$
 $-4x + 11y$

b) $-(-x + y) = x - y$

e) $2rs - (-4s + 8rs) + s - (2s - 4rs) =$
 $2rs + 4s - 8rs + s - 2s + 4rs =$
 $2rs - 8rs + 4rs + 4s + s - 2s =$
 $-2rs + 3s$

c) $-(4x + 3y - z) = -4x - 3y + z$

f) $-(- (x - y + z)) =$
 $-(-x + y - z) =$
 $x - y + z$

Lösungen - Terme

14

Terme
Grundlagen
5 Minuten



Klammere die größtmögliche Zahl aus.

a) $4x + 8 = 4(x + 2)$

b) $12a + 6b = 6(2a + b)$

c) $18x + 27y - 36x = 9(2x + 3y + 4z)$

d) $14xy + 21xz = 7(2xy + 3xz)$

f) $-24xy + 36ab - 48rs = 12(-2xy + 3ab - 4rs)$

e) $25ab + 50bc - 75abc = 25(ab + 2bc - 3abc)$

Lösungen - Terme

15

Terme
Grundlagen
10 Minuten



Klammere die gemeinsamen Variablen aus.

a) $xy + xz = x(y + z)$

b) $abc + acd + ade = a(bc + cd + de)$

c) $4xy - 3yz + 5xyz = y(4x - 3z + 5xz)$

d) $abc + abd + abe = ab(c + d + e)$

e) $7axy + 2bxy - 5cxy = xy(7a + 2b - 5c)$

f) $-2acxy + 6cxz - 9bcx = cx(-2ay + 6z - 9b)$

Lösungen - Terme

16

Terme
Grundlagen
10 Minuten



Vereinfache die Terme so weit wie möglich.

a) $ab + b^2 = a \cdot b + b \cdot b = b(a + b)$

b) $x^2y + xy + xy^2 =$
 $x \cdot x \cdot y + x \cdot y + x \cdot y \cdot y =$
 $x(xy + y + y \cdot y) =$
 $x(xy + y + y^2)$

c) $2a^2bc + 5ade - 8abc =$
 $2 \cdot a \cdot a \cdot b \cdot c + 5 \cdot a \cdot d \cdot e - 8 \cdot a \cdot b \cdot c =$
 $= a(2abc + 5de - 8bc)$

d) $a^2bc + ab^2c + abc^2 =$
 $a \cdot a \cdot b \cdot c + a \cdot b \cdot b \cdot c + a \cdot b \cdot c \cdot c =$
 $abc(a + b + c)$

e) $6x^3y^2 - x^2y + 5x^2y^3 =$
 $6 \cdot x \cdot x \cdot x \cdot y \cdot y - x \cdot x \cdot y + 5 \cdot x \cdot x \cdot y \cdot y \cdot y =$
 $x \cdot x \cdot y(6xy - 1 + 5y \cdot y) =$
 $x^2y(6xy - 1 + 5y^2)$

f) $-4ab^2c^2 + 3abc + 5a^2b^2c^2 =$
 $-4 \cdot a \cdot b \cdot b \cdot c \cdot c + 3 \cdot a \cdot b \cdot c + 5 \cdot a \cdot a \cdot b \cdot b \cdot c \cdot c =$
 $= abc(-4 \cdot b \cdot c + 3 + 5 \cdot a \cdot b \cdot c) =$
 $abc(-4bc + 3 + 5abc)$

Lösungen - Terme

17

Terme
Grundlagen
10 Minuten



Klammere die größtmögliche Zahl und gemeinsame Variablen aus.

a) $4ax + 12xy =$

$$4 \cdot a \cdot x + 3 \cdot 4 \cdot x \cdot y =$$

$$4x(a + 3y)$$

b) $24x^2y + 16xy^2 =$

$$3 \cdot 8 \cdot x \cdot x \cdot y + 2 \cdot 8 \cdot x \cdot y \cdot y =$$

$$8xy(3x + 2y)$$

c) $42x^2yz - 7xyz^2 + 21yz^2 =$

$$6 \cdot 7 \cdot x \cdot x \cdot y \cdot z - 7 \cdot x \cdot y \cdot z \cdot z + 3 \cdot 7 \cdot y \cdot z \cdot z =$$

$$7yz(6 \cdot x \cdot x - x \cdot z + 3 \cdot z) =$$

$$7yz(6x^2 - xz + 3z)$$

d) $28a^3b^3c^3 - 14b^2a^3c + 42ca^3b^2 =$

$$2 \cdot 14 \cdot a \cdot a \cdot a \cdot b \cdot b \cdot b \cdot c \cdot c \cdot c - 14 \cdot b \cdot b \cdot a \cdot a \cdot a \cdot c + 3 \cdot 14 \cdot c \cdot a \cdot a \cdot a \cdot b \cdot b =$$

$$14a^3b^2c \cdot 2bc^2 - 14a^3b^2c + 14a^3b^2c \cdot 3 =$$

$$14a^3b^2c(2bc^2 - 1 + 3) =$$

$$14a^3b^2c(2bc^2 + 2)$$

e) $45xz - 60yzx + 75z^2yx =$

$$3 \cdot 15 \cdot x \cdot z - 4 \cdot 15 \cdot y \cdot z \cdot x + 5 \cdot 15 \cdot z \cdot z \cdot y \cdot x =$$

$$15xz(3 - 4y + 5zy)$$

f) $20r^2t - 40r^3t^4 + 60tr =$

$$20 \cdot r \cdot r \cdot t - 2 \cdot 20 \cdot r \cdot r \cdot r \cdot t \cdot t \cdot t \cdot t + 3 \cdot 20 \cdot t \cdot r =$$

$$20rt(r - 2 \cdot r \cdot r \cdot t \cdot t \cdot t + 3) =$$

$$20rt(r - 2r^2t^3 + 3)$$

Lösungen - Terme

18

Terme
Grundlagen
10 Minuten



Löse die Klammer mithilfe der binomischen Formeln auf.

a) $(x + y)^2 =$

$$x^2 + 2 \cdot x \cdot y + y^2 =$$
$$x^2 + 3xy + y^2$$

d) $(x - 5)^2 =$

$$x^2 + 2 \cdot x \cdot (-5) + (-5)^2 =$$
$$x^2 - 10x + 25$$

b) $(x + 3)^2 =$

$$x^2 + 2 \cdot x \cdot 3 + 3^2 =$$
$$x^2 + 6x + 9$$

e) $(x + y) \cdot (x - y) =$

$$x^2 - y^2$$

c) $(x - y)^2 =$

$$x^2 + 2 \cdot x \cdot (-y) + (-y)^2 =$$
$$x^2 - 2xy + y^2$$

f) $(x + 6) \cdot (x - 6) =$

$$x^2 - 6^2 =$$
$$x^2 - 36$$

Lösungen - Terme

19

Terme
Fortgeschritten
10 Minuten



Löse die Klammer mithilfe der binomischen Formeln auf.

a) $(3x + y)^2 =$
 $(3x)^2 + 2 \cdot 3x \cdot y + y^2 =$
 $9x^2 + 6xy + y^2$

b) $(5x - 4y)^2 =$
 $(5x)^2 + 2 \cdot 5x \cdot 4y + (4y)^2 =$
 $25x^2 + 40xy + 16y^2$

c) $(xy + xz)^2 =$
 $(xy)^2 + 2 \cdot xy \cdot xz + (xz)^2 =$
 $x^2y^2 + 2x^2yz + x^2z^2$

d) $(11a + 15b) \cdot (11a - 15b) =$
 $(11a)^2 - (15b)^2 =$
 $11^2a^2 - 15^2b^2 =$
 $121a^2 - 225b^2$

e) $(-9a + 7b)^2 =$
 $(-9a)^2 + 2 \cdot (-9a) \cdot 7b + (7b)^2 =$
 $81a^2 - 126ab + 49b^2$

f) $(4a + (-3b))^2 =$
 $(4a - 3b)^2 =$
 $(4a)^2 + 2 \cdot 4a \cdot 3b + (-3b)^2 =$
 $16a^2 + 24ab + 9b^2$

Lösungen - Terme

20

Terme
Fortgeschritten
15 Minuten



Löse die Klammern auf und fasse zusammen, so weit möglich. Nutze (wenn möglich) die binomischen Formeln.

$$\begin{aligned}\text{a) } 5x^2 + 3xy + (4x + 2y)^2 &= \\ 5x^2 + 3xy + (4x)^2 + 2 \cdot 4x \cdot 2y + (2y)^2 &= \\ 5x^2 + 3xy + 16x^2 + 16xy + 4y^2 &= \\ 5x^2 + 16x^2 + 3xy + 16xy + 4y^2 &= \\ 21x^2 + 19xy + 4y^2 &= \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\text{b) } (6a + 11b) \cdot (6a - 11b) + 121b^2 &= \\ (6a)^2 - (11b)^2 + 121b^2 &= \\ 36a^2 - 121b^2 + 121b^2 &= \\ 36a^2 &= \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\text{c) } (9a - b)^2 + (a + b)^2 &= \\ (9a)^2 + 2 \cdot 9a \cdot (-b) + b^2 + a^2 + 2 \cdot a \cdot b + b^2 &= \\ 81a^2 - 18ab + b^2 + a^2 + 2ab + b^2 &= \\ 81a^2 + a^2 - 18ab + 2ab + b^2 + b^2 &= \\ 82a^2 - 16ab + 2b^2 &= \end{aligned}$$

Lösungen - Terme

20

Terme
Fortgeschritten
15 Minuten



Löse die Klammern auf und fasse zusammen, so weit möglich. Nutze (wenn möglich) die binomischen Formeln.

$$\begin{aligned} \text{d) } & (4x - 9y)^2 + 9y^2 - 20x^2 + 4xy + 4x^2 = \\ & (4x)^2 + 2 \cdot 4x \cdot (-9y) + (-9y)^2 + 9y^2 - 20x^2 + 4xy + 4x^2 = \\ & 16x^2 - 72xy + 81y^2 + 9y^2 - 20x^2 + 4xy + 4x^2 = \\ & 16x^2 - 20x^2 + 4x^2 - 72xy + 4xy + 81y^2 + 9y^2 = \\ & 0 - 68xy + 90y^2 = \\ & -68xy + 90y^2 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{e) } & 10x^2 - (3x + 2y)^2 - 12xy + 4y^2 = \\ & 10x^2 - ((3x)^2 + 2 \cdot 3x \cdot 2y + (2y)^2) - 12xy + 4y^2 = \\ & 10x^2 - (9x^2 + 12xy + 4y^2) - 12xy + 4y^2 = \\ & 10x^2 - 9x^2 - 12xy - 4y^2 - 12xy + 4y^2 = \\ & 10x^2 - 9x^2 - 12xy - 12xy - 4y^2 + 4y^2 = \\ & x^2 - 24xy + 0 = \\ & x^2 - 24xy \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{f) } & (3a^2 + 3b^2) \cdot (3a^2 - 3b^2) - 3a^4 + 3b^4 = \\ & (3a^2)^2 - (3b^2)^2 - 3a^4 + 3b^4 = \\ & 9a^4 - 9b^4 - 3a^4 + 3b^4 = \\ & 9a^4 - 3a^4 - 9b^4 + 3b^4 = \\ & 6a^4 - 6b^4 = \\ & 6(a^4 - b^4) \end{aligned}$$

Lösungen - Terme

21

Terme
Grundlagen
8 Minuten



Löse die Klammer mithilfe der binomischen Formeln auf.

a) $x^2 + 2xy + y^2 = (x + y)^2$

d) $25x^2 + 40xy + 16y^2 =$
 $(5x)^2 + 2 \cdot 5x \cdot 4y + (4y)^2 =$
 $(5x + 4y)^2$

b) $x^2 + 6x + 9 =$
 $x^2 + 2 \cdot x \cdot 3 + 3^2 =$
 $(x + 3)^2$

e) $30x + 9 + 25x^2 =$
 $25x^2 + 30x + 9 =$
 $(5x)^2 + 2 \cdot 5x \cdot 3 + 3^2 =$
 $(5x + 3)^2$

c) $x^2 - 16x + 64 =$
 $x^2 + 2 \cdot x \cdot (-8) + (-8)^2 =$
 $(x - 8)^2$

f) $1 + 2x + x^2 =$
 $x^2 + 2x + 1 =$
 $(x)^2 + 2 \cdot x \cdot 1 + (1)^2 =$
 $(x + 1)^2$

Lösungen - Terme

22

Terme
Grundlagen
8 Minuten



Ergänze so, dass eine binomische Formel entsteht. Schreibe auch in der Kurzform

a) $a^2 + 2ab + \underline{\hspace{1cm}} =$
 $a^2 + 2ab + \textcolor{red}{b}^2 =$
 $(a + b)^2$

b) $x^2 - 8x + \underline{\hspace{1cm}} =$
 $x^2 - 2 \cdot x \cdot 4 + \textcolor{red}{4}^2 =$
 $x^2 - 8x + \textcolor{red}{16} =$
 $(x - 4)^2$

c) $4x^2 + 12xy + \underline{\hspace{1cm}} =$
 $(2x)^2 + 2 \cdot 2x \cdot 3y + (\textcolor{red}{3}y)^2 =$
 $4x^2 + 12xy + \textcolor{red}{9}y^2 =$
 $(2x + 3y)^2$

d) $x^2 - \underline{\hspace{1cm}} + 25y^2 =$
 $(x)^2 - \underline{\hspace{1cm}} + (5y)^2 =$
 $(x)^2 - \textcolor{red}{2} \cdot x \cdot \textcolor{red}{5}y + (5y)^2 =$
 $(x)^2 - \textcolor{red}{10}xy + (5y)^2 =$
 $(x - 5y)^2$

e) Für diese Aufgabe gibt es zwei mögliche Lösungen.

Möglichkeit 1:

$$\underline{\hspace{1cm}} + 14xy + \underline{\hspace{1cm}} =$$
$$\underline{\hspace{1cm}} + 2 \cdot 7x \cdot y + \underline{\hspace{1cm}} =$$
$$(\textcolor{red}{7}x)^2 + 2 \cdot 7x \cdot y + \textcolor{red}{y}^2 =$$
$$(7x + y)^2$$

Möglichkeit 2:

$$\underline{\hspace{1cm}} + 14xy + \underline{\hspace{1cm}} =$$
$$\underline{\hspace{1cm}} + 2 \cdot 7x \cdot y + \underline{\hspace{1cm}} =$$
$$(\textcolor{red}{x})^2 + 2 \cdot x \cdot 7y + (\textcolor{red}{7}y)^2 =$$
$$(x + 7y)^2$$

f) $\underline{\hspace{1cm}} + 6x \underline{\hspace{1cm}} + 9y^2 =$
 $\underline{\hspace{1cm}} + 2 \cdot x \cdot \textcolor{red}{3}y + (3y)^2 =$
 $\textcolor{red}{x}^2 + 2 \cdot x \cdot \textcolor{red}{3}y + (3y)^2 =$
 $\textcolor{red}{x}^2 + 6 \cdot x \cdot y + (3y)^2 =$
 $(x + 3y)^2$

“ Der Unterschied zwischen dem
Unmöglichen und dem Möglichen
liegt in der Entschlossenheit einer
Person.“ ”

Tommy Lasorda

Lösungen - Gleichungen

1

Gleichungen
Grundlagen
5 Minuten



Löse die Gleichungen und gib die Lösungsmenge an.

a) $7x = 42 \quad |:7$

$$x = \frac{42}{7}$$

$$x = 6 \rightarrow \mathbb{L} = \{6\}$$

d) $-9x - 4 = 59 \quad | +4$

$$-9x = 63 \quad | :(-9)$$

$$x = -7 \rightarrow \mathbb{L} = \{-7\}$$

b) $-12x = 144 \quad | :(-12)$

$$x = -12 \rightarrow \mathbb{L} = \{-12\}$$

e) $16x + 12 = -52 \quad | -12$

$$16x = -64 \quad | :16$$

$$x = -4 \rightarrow \mathbb{L} = \{-4\}$$

c) $5x + 9 = 34 \quad | -9$

$$5x = 25 \quad | :5$$

$$x = 5 \rightarrow \mathbb{L} = \{5\}$$

f) $24 = -4 + 7x \quad | +4$

$$28 = 7x \quad | :7$$

$$4 = x \rightarrow \mathbb{L} = \{4\}$$

Lösungen - Gleichungen

2 Gleichungen
Grundlagen
8 Minuten



Löse die Gleichungen und gib die Lösungsmenge an.

a) $6x + 7 = 12x - 5 \quad | -12x$
 $-6x + 7 = -5 \quad | -7$
 $-6x = -12 \quad | :(-6)$
 $x = 2 \rightarrow \mathbb{L} = \{2\}$

d) $x - 3x + 7 = 2 + x + 6$
 $-2x + 7 = 8 + x \quad | -x$
 $-3x + 7 = 8 \quad | -7$
 $-3x = 1 \quad | :(-3)$
 $x = -\frac{1}{3} \rightarrow \mathbb{L} = \left\{-\frac{1}{3}\right\}$

b) $-15x + 36 = 2x - 32 \quad | -2x$
 $-17x + 36 = -32 \quad | -36$
 $-17x = -68 \quad | :(-17)$
 $x = 4 \rightarrow \mathbb{L} = \{4\}$

e) $5x + 8 - x = 0$
 $4x + 8 = 0 \quad | -8$
 $4x = -8 \quad | :4$
 $x = -2 \rightarrow \mathbb{L} = \{-2\}$

c) $5 - x = 7 + x \quad | -x$
 $5 - 2x = 7 \quad | -5$
 $-2x = 2 \quad | :(-2)$
 $x = -1 \rightarrow \mathbb{L} = \{-1\}$

f) $x^2 + 4x - 6 = x^2 - 3x + 1 \quad | -x^2$
 $4x - 6 = -3x + 1 \quad | +3x$
 $7x - 6 = 1 \quad | +6$
 $7x = 7 \quad | :7$
 $x = 1 \rightarrow \mathbb{L} = \{1\}$

Lösungen - Gleichungen

3

Gleichungen
Fortgeschritten
12 Minuten



Löse die Gleichungen und gib die Lösungsmenge an.

a) $2(x+8) - 4 = 9$

$$2x + 16 - 4 = 9$$

$$2x + 12 = 9 \quad | -12$$

$$2x = -3 \quad | :2$$

$$x = -\frac{3}{2} = -1,5 \rightarrow \mathbb{L} = \{-1,5\}$$

b) $-(4x+5) = 8x+19$

$$-4x - 5 = 8x + 19$$

$$-12x - 5 = 19 \quad | +5$$

$$-12x = 24 \quad | :(-12)$$

$$x = -2 \rightarrow \mathbb{L} = \{-2\}$$

c) $18x - 35 - 3(4+x) = -2$

$$18x - 35 - 12 - 3x = -2$$

$$15x - 47 = -2 \quad | +47$$

$$15x = 45 \quad | :15$$

$$x = 3 \rightarrow \mathbb{L} = \{3\}$$

d) $(x+3) \cdot (x-5) = x^2 - 10$

$$x^2 - 5x + 3x - 15 = x^2 - 10$$

$$x^2 - 2x - 15 = x^2 - 10 \quad | -x^2$$

$$-2x - 15 = -10 \quad | +15$$

$$-2x = 5$$

$$x = -\frac{5}{2} = -2,5 \rightarrow \mathbb{L} = \{-2,5\}$$

e) $-6(2x-3) + x = 5x-2$

$$-12x + 18 + x = 5x - 2$$

$$-11x + 18 = 5x - 2 \quad | -5x$$

$$-16x + 18 = -2 \quad | -18$$

$$-16x = -20 \quad | :(-16)$$

$$x = \frac{5}{4} \rightarrow \mathbb{L} = \left\{\frac{5}{4}\right\}$$

f) $\frac{1}{2}(6x+10) - (x+5) = 9$

$$3x + 5 - x - 5 = 9$$

$$2x = 9 \quad | :2$$

$$x = \frac{9}{2} = 4,5 \rightarrow \mathbb{L} = \left\{\frac{9}{2}\right\}$$



“ Das größte Vergnügen im Leben besteht darin, Dinge zu tun, die man nach Meinung anderer Leute nicht fertig bringt! ”

Marcel Aymé

Lösungen - Lineare Funktionen

1 Lineare Funktionen
Grundlagen
15 Minuten



Vervollständige die Wertetabelle und zeichne den Graphen der Funktion.

a) $y = -2x + 1$

x	-2	-1	0	1	2	3
y	5	3	1	-1	-3	-5

$$y = -2 \cdot (-2) + 1 = 5$$

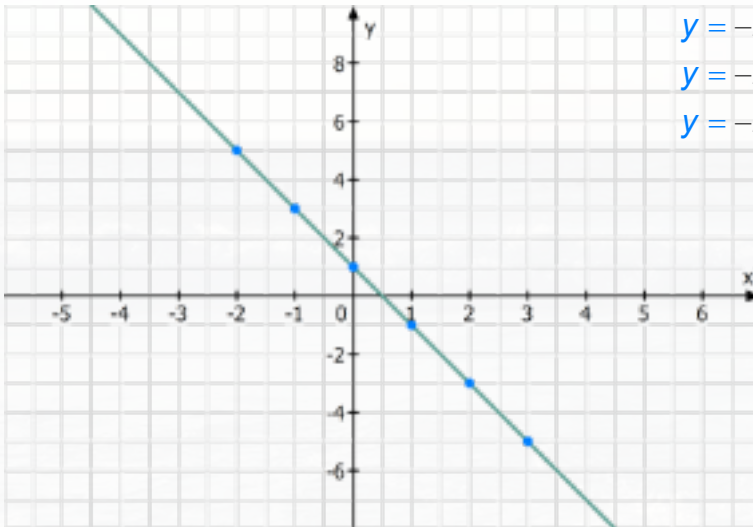
$$y = -2 \cdot (-1) + 1 = 3$$

$$y = -2 \cdot 0 + 1 = 1$$

$$y = -2 \cdot 1 + 1 = -1$$

$$y = -2 \cdot 2 + 1 = -3$$

$$y = -2 \cdot 3 + 1 = -5$$



Lösungen - Lineare Funktionen

1 Lineare Funktionen Grundlagen 15 Minuten



Vervollständige die Wertetabelle und zeichne den Graphen der Funktion.

b) $y = \frac{1}{2}x - 2$

x	-2	-1	0	1	2	3
y	-3	-2,5	-2	-1,5	-1	-0,5

$$y = \frac{1}{2} \cdot (-2) - 2 = -3$$

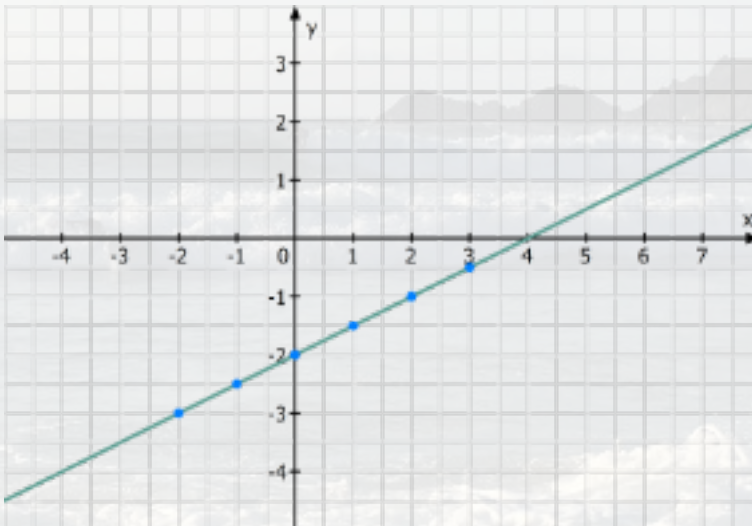
$$y = \frac{1}{2} \cdot (-1) - 2 = -2,5$$

$$y = \frac{1}{2} \cdot 0 - 2 = -2$$

$$y = \frac{1}{2} \cdot 1 - 2 = -1,5$$

$$y = \frac{1}{2} \cdot 2 - 2 = -1$$

$$y = \frac{1}{2} \cdot 3 - 2 = -0,5$$



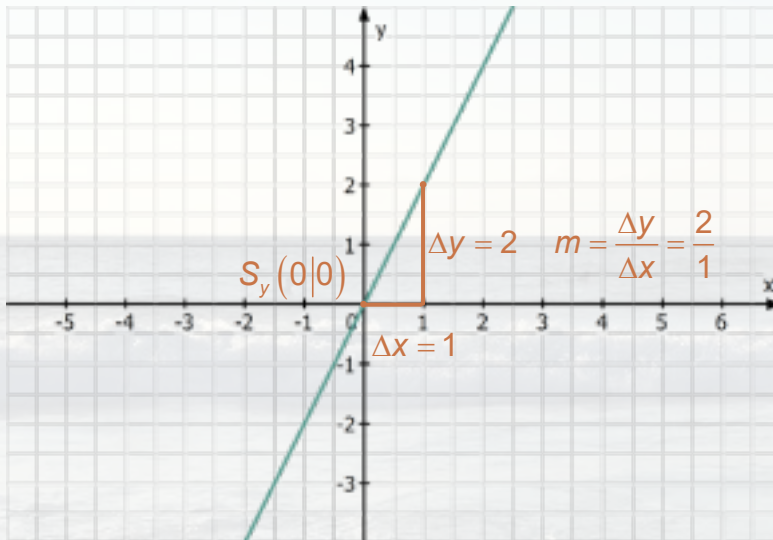
Lösungen - Lineare Funktionen

2 Lineare Funktionen
Grundlagen
25 Minuten



Zeichne die Geraden in ein Koordinatensystem. Erstelle für jede Gerade ein neues Koordinatensystem.

a) $y = 2x$ Steigung: $m = 2$ Schnittpunkt mit der y-Achse: $S_y(0|0)$



Lösungen - Lineare Funktionen

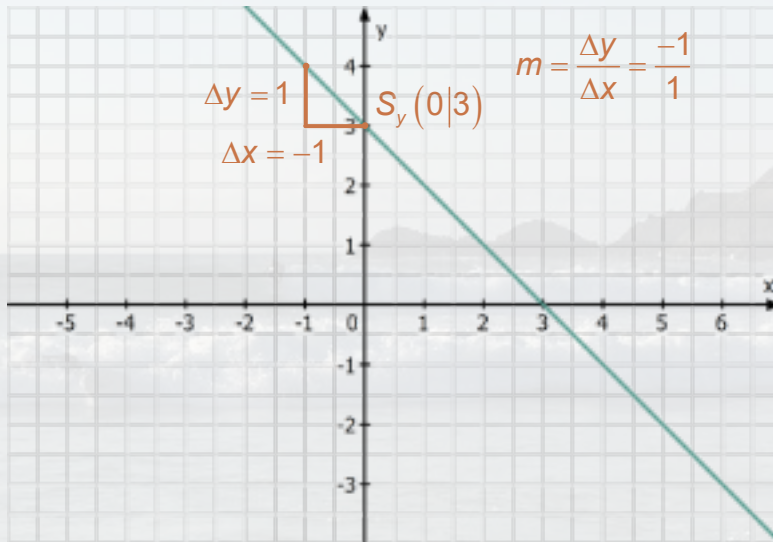
2

Lineare Funktionen
Grundlagen
25 Minuten



Zeichne die Geraden in ein Koordinatensystem. Erstelle für jede Gerade ein neues Koordinatensystem.

b) $y = -x + 3$ Steigung: $m = -1$ Schnittpunkt mit der y-Achse: $S_y(0|3)$



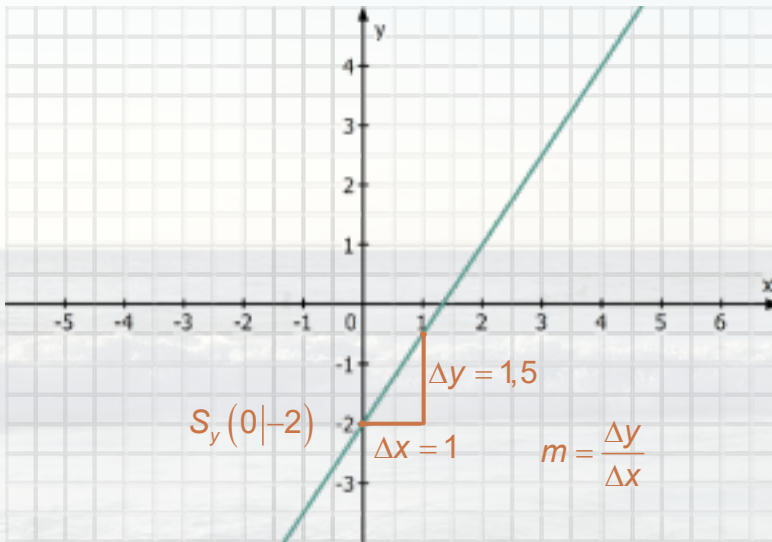
Lösungen - Lineare Funktionen

2 Lineare Funktionen Grundlagen 25 Minuten



Zeichne die Geraden in ein Koordinatensystem. Erstelle für jede Gerade ein neues Koordinatensystem.

c) $y = 1,5x - 2$ Steigung: $m = 1,5$ Schnittpunkt mit der y-Achse: $S_y(0|-2)$



Lösungen - Lineare Funktionen

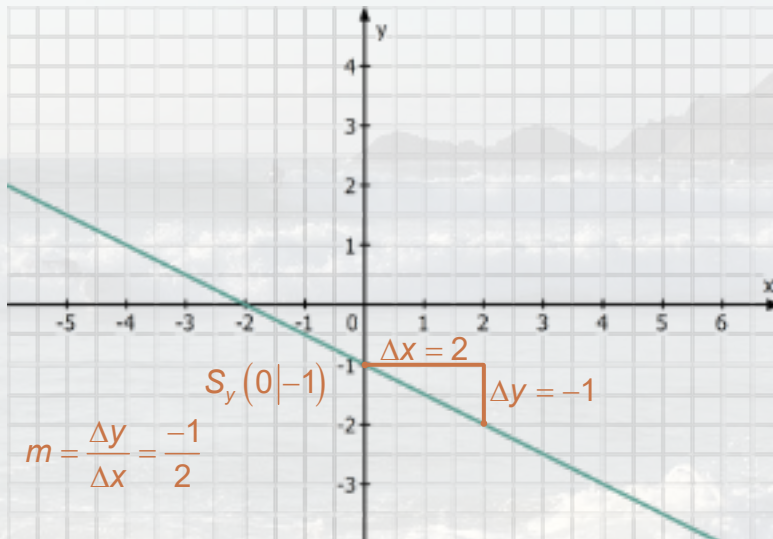
2 Lineare Funktionen
Grundlagen
25 Minuten



Zeichne die Geraden in ein Koordinatensystem. Erstelle für jede Gerade ein neues Koordinatensystem.

d) $y = -0,5x - 1$ Steigung: $m = -0,5 = \frac{-1}{2}$

Schnittpunkt mit der y-Achse: $S_y(0|-1)$



Lösungen - Lineare Funktionen

3

Lineare Funktionen
Grundlagen
5 Minuten



Prüfe rechnerisch, ob die Punkte auf der Geraden liegen.

a) Gerade mit $y = 4x - 3$ $A(0|-3)$ $B(-2|-11)$ $C(5|-17)$

Ob ein Punkt auf einer Geraden liegt prüft man, indem man den x-Wert des Punktes in die Funktion einsetzt und schaut, ob der y-Wert des angegebenen Punktes rauskommt.

$A(0|-3) \rightarrow y = 4 \cdot 0 - 3 = -3 \rightarrow$ Ja, der Punkt liegt auf der Geraden.

$B(-2|-11) \rightarrow y = 4 \cdot (-2) - 3 = -11 \rightarrow$ Ja, der Punkt liegt auf der Geraden.

$C(5|-17) \rightarrow y = 4 \cdot 5 - 3 = 17 \rightarrow$ Nein, der Punkt liegt nicht auf der Geraden.

b) Gerade mit $y = -\frac{1}{3}x + 2$ $A(3|1)$ $B(-3|-1)$ $C(18|-4)$

$A(3|1) \rightarrow y = -\frac{1}{3} \cdot 3 + 2 = 1 \rightarrow$ Ja, der Punkt liegt auf der Geraden.

$B(-3|-1) \rightarrow y = -\frac{1}{3} \cdot (-3) + 2 = 3 \rightarrow$ Nein, der Punkt liegt nicht auf der Geraden.

$C(18|-4) \rightarrow y = -\frac{1}{3} \cdot 18 + 2 = -4 \rightarrow$ Ja, der Punkt liegt auf der Geraden.

Lösungen - Lineare Funktionen

4 Lineare Funktionen Grundlagen 10 Minuten



Emma kauft Muffins beim Bäcker. Ein Muffin kostet 1,50 €. Mit der Funktion $y = 1,5x$ lässt sich berechnen, wie viel Emma bezahlen muss.

a) Welche Bedeutung haben die Werte x und y hier?

x steht für die Anzahl der Muffins, die Emma kauft.

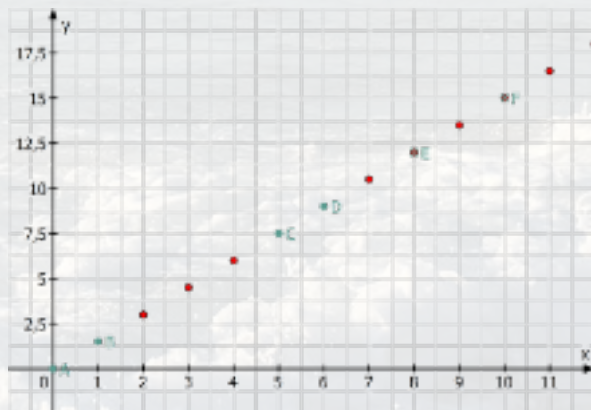
y steht für den Preis, den Emma für alle Muffins zusammen zahlen muss.

b) Vervollständige die Tabelle und erläutere, was die Werte bedeuten.

x	0	1	5	6	8	10	$y = 1,5 \cdot 0 = 0$
y	0	1,5	7,5	9	12	15	$y = 1,5 \cdot 1 = 1,5$

$$y = 1,5 \cdot 5 = 7,5$$

c) Zeichne diese Zuordnung in ein Koordinatensystem. Macht es Sinn, die Punkte zu verbinden?



$$9 = 1,5 \cdot x \quad |:1,5$$

$$x = 6$$

$$12 = 1,5 \cdot x \quad |:1,5$$

$$x = 8$$

$$y = 1,5 \cdot 10 = 15$$

Die Punkte liegen alle auf einer Geraden, dennoch macht es keinen Sinn, die Punkte zu einer Geraden zu verbinden. Denn dann würde es Zwischenwerte geben. Man könnte z. B. den Preis für 1,6 Muffins ablesen. Das macht keinen Sinn. Man könnte die ganzzahligen Punkte ergänzen (hier in rot), die auf der Geraden liegen.

Lösungen - Lineare Funktionen

5

Lineare Funktionen
Grundlagen
8 Minuten



Stelle eine Funktionsgleichung für den gegebenen Sachverhalt auf.

Es handelt sich in allen drei Fällen um lineare Funktionen, deren Gleichung die Form $y = mx + b$

m ist die Steigung der Geraden und bei Textaufgaben ist das der Zuwachs oder die Abnahme.

b ist der Schnittpunkt mit der y -Achse. Bei Textaufgaben ist das z. B. die Information, wie viel von etwas am Anfang vorhanden ist.

- a) Ein Brötchen kostet 0,45 EUR. Die Funktion soll die Anzahl der Brötchen dem Gesamtpreis zuordnen, den man bezahlen muss.

Wenn man keine Brötchen kauft, muss man auch nichts bezahlen. $\rightarrow b = 0$

Die Kosten steigen um 0,45€ wenn man ein Brötchen kauft
 $\rightarrow m = 0,45$

Die gesuchte Funktionsgleichung lautet: $y = 0,45x$

- b) Ein Telefonanbieter berechnet pro Gesprächsminute 0,15€ und jeden Monat 5 EUR Grundgebühr. Die Funktion soll die Anzahl der telefonierten Minuten pro Monat den Gesamtkosten zuordnen.

Wenn man nicht telefoniert, werden dennoch 5 € Grundgebühr berechnet. $\rightarrow b = 5$

Die Kosten steigen um 0,15€ wenn man eine Minute telefoniert.
 $\rightarrow m = 0,15$

Die gesuchte Funktionsgleichung lautet: $y = 0,15x + 5$

Lösungen - Lineare Funktionen

5

Lineare Funktionen
Grundlagen
8 Minuten



Stelle eine Funktionsgleichung für den gegebenen Sachverhalt auf.

- c) Für 8 Stifte werden 9,60€ berechnet. Zusätzlich kommt bei jedem Einkauf eine Tüte dazu, die 0,20€ kostet. Die Funktion soll die Anzahl der gekauften Stifte dem Gesamtpreis zuordnen, den man bezahlen muss.

Diese Aufgabe hat eine Falle, man muss eigentlich zwei Funktionen aufstellen, da man zwei Fälle unterscheiden muss:

Fall 1:

Wenn man keine Stifte kauft, dann muss man auch nichts bezahlen. Auch eine Tüte muss man dann nicht bezahlen. Für $x = 0$ gilt die Funktionsgleichung: $y = 0$

Fall 2:

Man berechnet, wie viel ein Stift kostet: $9,60 : 8 = 1,2$

Die Kosten steigen um 1,20 EUR pro Stift. $\rightarrow m = 1,2$

Bei jedem Kauf werden 0,20 EUR für eine Tüte berechnet: $\rightarrow b = 0,20$

Für $x \geq 1$ gilt die Funktionsgleichung $y = 1,2x + 0,2$

Wenn Du nur auf den Fall 2 gekommen bist, dann ist das eine super Leistung!

Lösungen - Lineare Funktionen

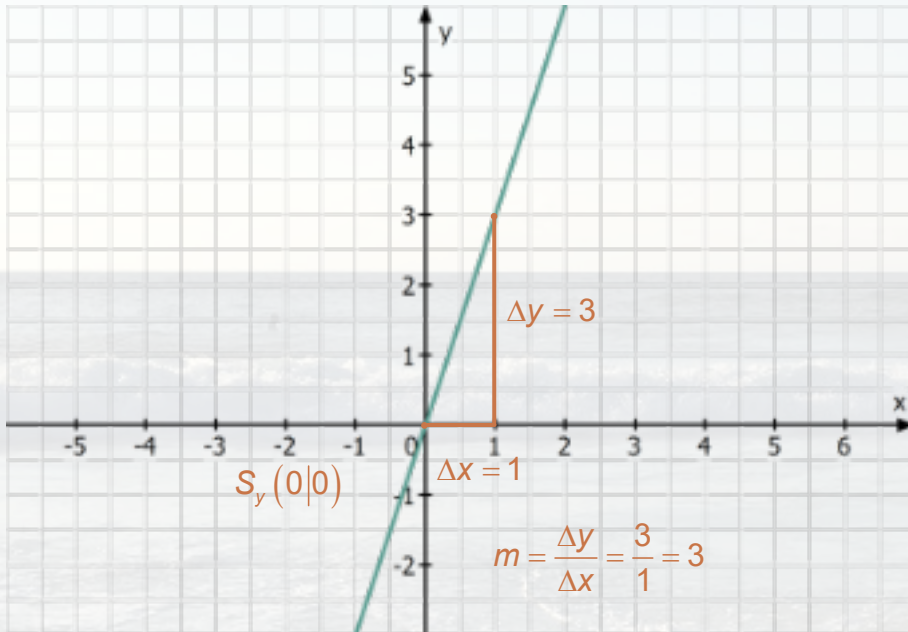
6

Lineare Funktionen
Grundlagen
10 Minuten



Zeichne ein Steigungsdreieck an den Graphen und bestimme die Steigung der Funktion. Ließ dann den Schnittpunkt mit der y-Achse ab und gib die Funktionsgleichung der Geraden an.

a)



Die Funktionsgleichung der Geraden lautet $y = 3x$.

Lösungen - Lineare Funktionen

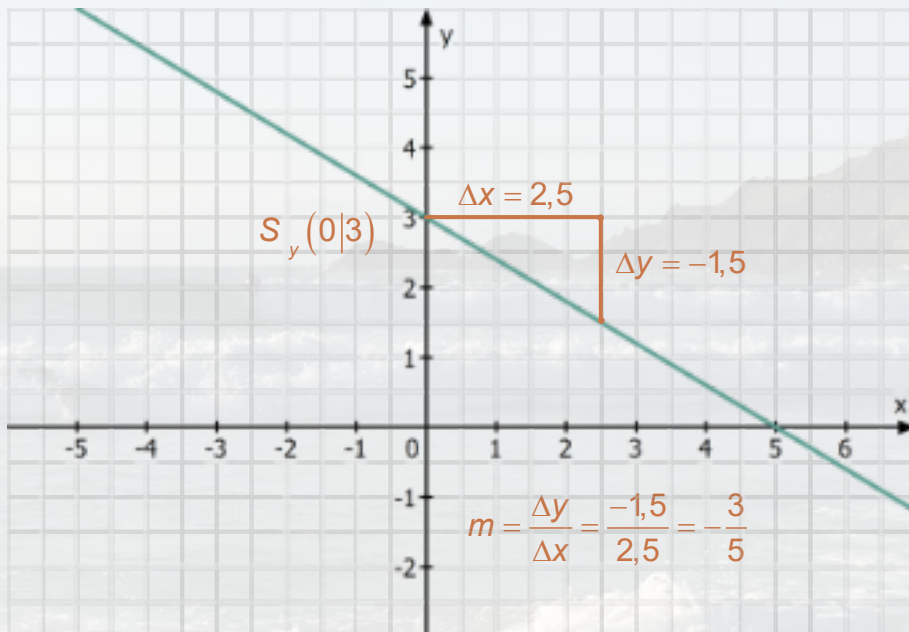
6

Lineare Funktionen
Grundlagen
10 Minuten



Zeichne ein Steigungsdreieck an den Graphen und bestimme die Steigung der Funktion. Ließ dann den Schnittpunkt mit der y-Achse ab und gib die Funktionsgleichung der Geraden an.

b)



Die Funktionsgleichung der Geraden lautet $y = -\frac{3}{5}x + 3$.

Lösungen - Lineare Funktionen

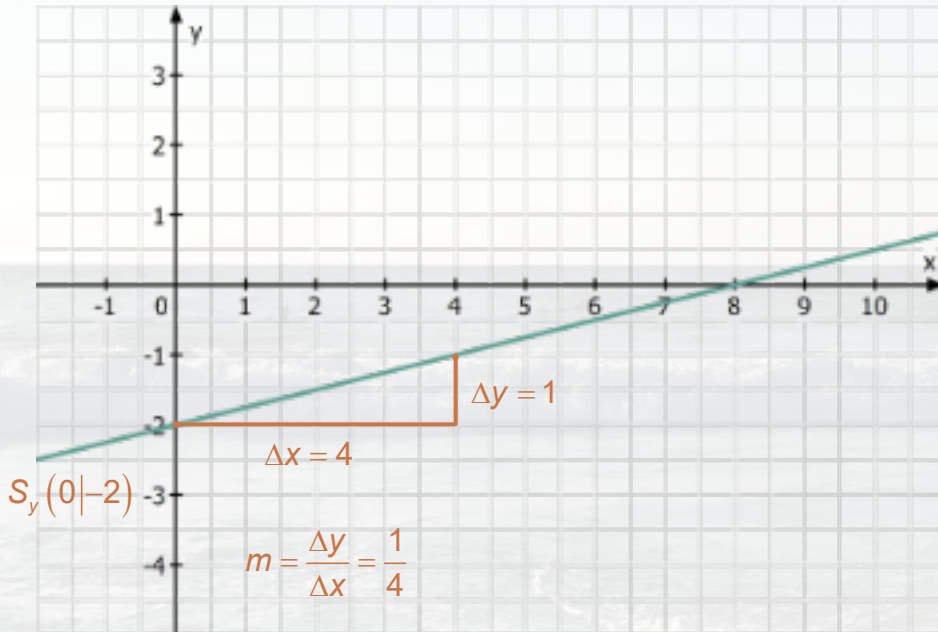
6

Lineare Funktionen
Grundlagen
10 Minuten



Zeichne ein Steigungsdreieck an den Graphen und bestimme die Steigung der Funktion. Ließ dann den Schnittpunkt mit der y-Achse ab und gib die Funktionsgleichung der Geraden an.

c)



Die Funktionsgleichung der Geraden lautet $y = \frac{1}{4}x - 2$.

Lösungen - Lineare Funktionen

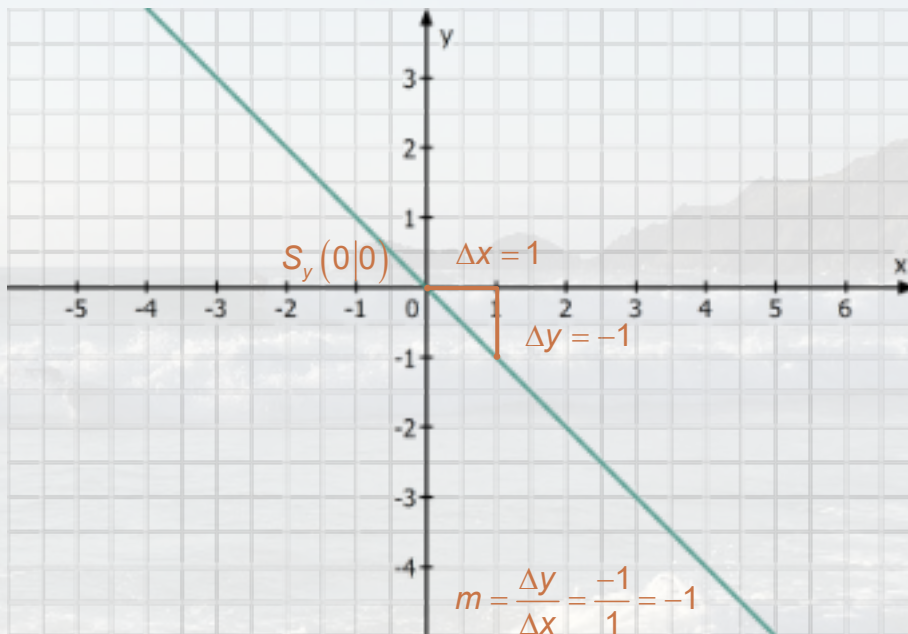
6

Lineare Funktionen
Grundlagen
10 Minuten



Zeichne ein Steigungsdreieck an den Graphen und bestimme die Steigung der Funktion. Lies dann den Schnittpunkt mit der y-Achse ab und gib die Funktionsgleichung der Geraden an.

d)



Die Funktionsgleichung der Geraden lautet $y = -x$.

Lösungen - Lineare Funktionen

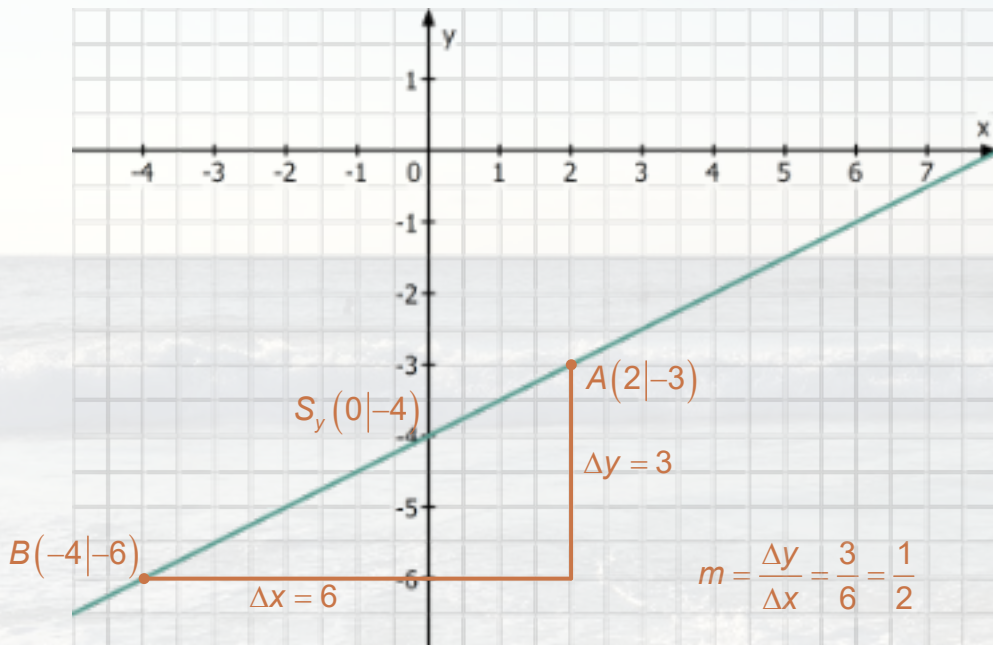
7

Lineare Funktionen
Grundlagen
20 Minuten



Zeichnen die Punkte A und B in ein Koordinatensystem, verbinde sie zu einer Geraden und bestimme die Gleichung der Geraden.

a) $A(2|-3)$ $B(-4|-6)$



Die Funktionsgleichung der Geraden lautet $y = \frac{1}{2}x - 4$.

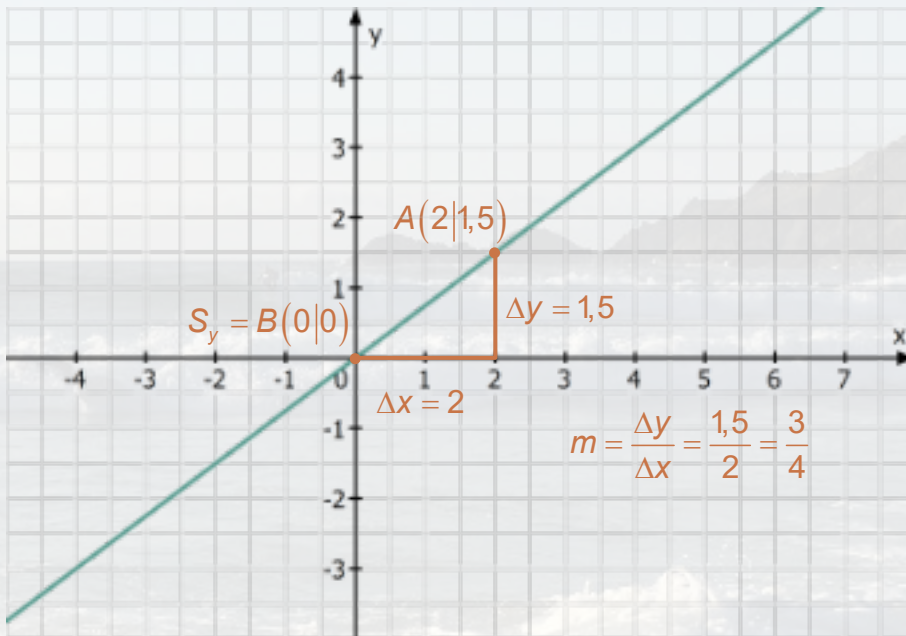
Lösungen - Lineare Funktionen

7 Lineare Funktionen Grundlagen 20 Minuten



Zeichnen die Punkte A und B in ein Koordinatensystem, verbinde sie zu einer Geraden und bestimme die Gleichung der Geraden.

b) $A(2|1,5)$ $B(0|0)$



Die Funktionsgleichung der Geraden lautet $y = \frac{3}{4}x$.

Lösungen - Lineare Funktionen

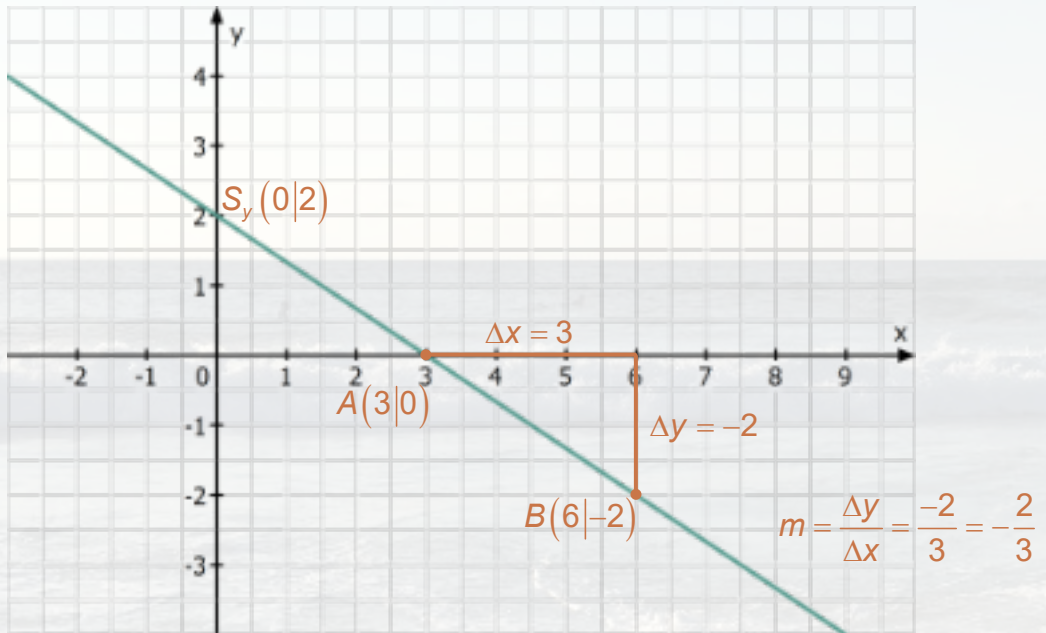
7

Lineare Funktionen
Grundlagen
20 Minuten



Zeichnen die Punkte A und B in ein Koordinatensystem, verbinde sie zu einer Geraden und bestimme die Gleichung der Geraden.

c) $A(3|0)$ $B(6|-2)$



Die Funktionsgleichung der Geraden lautet $y = -\frac{2}{3}x + 2$.

Lösungen - Lineare Funktionen

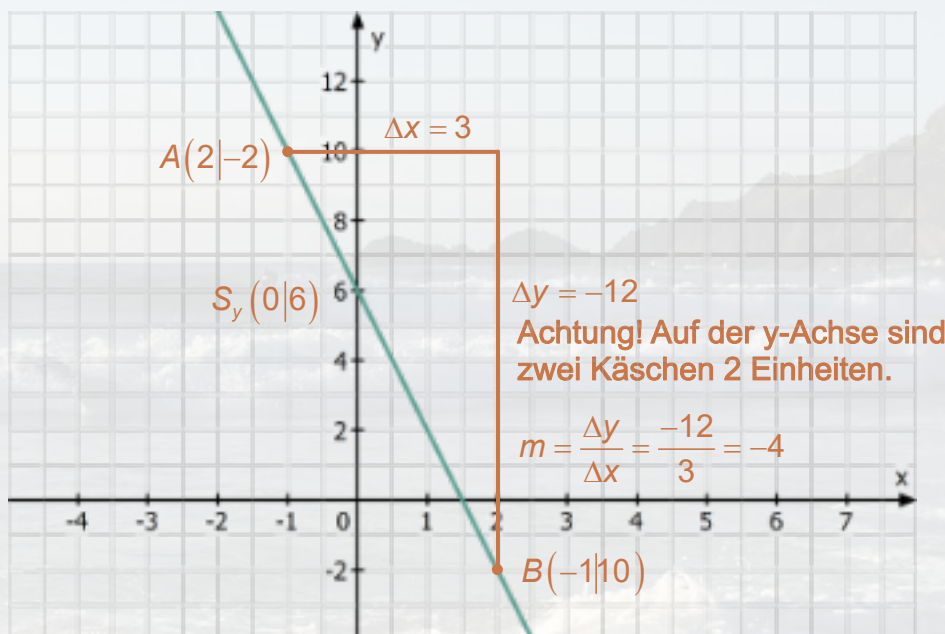
7

Lineare Funktionen
Grundlagen
20 Minuten



Zeichnen die Punkte A und B in ein Koordinatensystem, verbinde sie zu einer Geraden und bestimme die Gleichung der Geraden.

d) $A(2|-2)$ $B(-1|10)$



Die Funktionsgleichung der Geraden lautet $y = -4x + 6$.

Lösungen - Lineare Funktionen

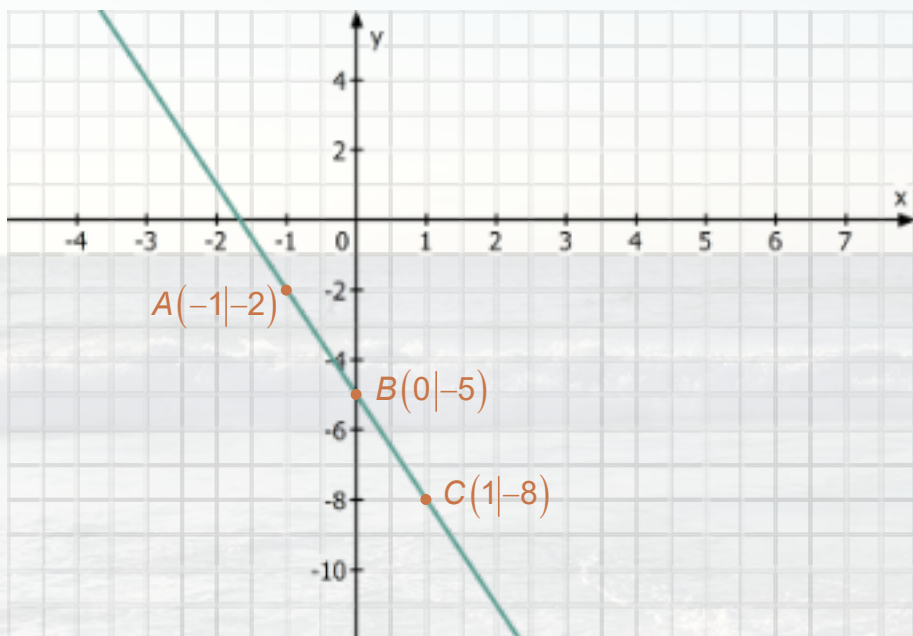
8

Lineare Funktionen
Fortgeschritten
15 Minuten



Liegen die Punkte $A(-1|-2)$, $B(0|-5)$ und $C(1|-8)$ auf einer Geraden? Fallen Dir verschiedene Wege ein, wie man das herausfinden könnte?

Möglichkeit 1: Zeichnen



Ja, die Punkte A, B und C liegen auf einer Gerade.

Möglichkeit 2: Geradengleichung / Punktprobe

Gleichung der Gerade aufstellen, die durch die Punkte A und B verläuft (Zwei Punkte liegen immer auf einer Geraden).

$$m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{-5 - (-2)}{0 - (-1)} = -3$$

Punkt A und die Steigung m in die Geradengleichung $y = mx + b$ einsetzen und b berechnen:

Lösungen - Lineare Funktionen

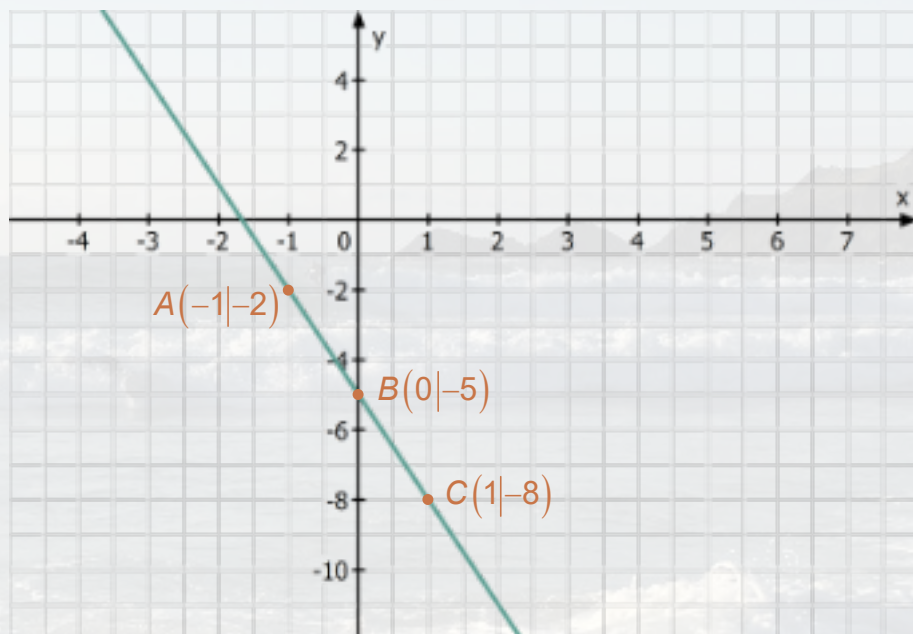
8

Lineare Funktionen
Fortgeschritten
15 Minuten



Liegen die Punkte $A(-1|-2)$, $B(0|-5)$ und $C(1|-8)$ auf einer Geraden? Fallen Dir verschiedene Wege ein, wie man das herausfinden könnte?

Möglichkeit 1: Zeichnen



Ja, die Punkte A, B und C liegen auf einer Gerade.

Möglichkeit 2: Geradengleichung / Punktprobe

Gleichung der Gerade aufstellen, die durch die Punkte A und B verläuft (Zwei Punkte liegen immer auf einer Geraden).

$$m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{-5 - (-2)}{0 - (-1)} = -3$$

Punkt A und die Steigung m in die Geradengleichung $y = mx + b$ einsetzen und b berechnen:

Lösungen - Lineare Funktionen

9

Lineare Funktionen
Grundlagen
5 Minuten



Gegeben ist eine Gerade durch die Funktionsgleichung $y = -2,5x + 1,5$.
Bestimme die fehlenden Koordinaten der Punkte so, dass die Punkte auf der Geraden liegen.

$$A(1|y) \rightarrow y = -2,5 \cdot 1 + 1,5 = -1 \rightarrow A(1|-1)$$

$$\begin{aligned} B(x|-6) &\rightarrow -6 = -2,5 \cdot x + 1,5 \quad | -1,5 \\ -7,5 &= -2,5 \cdot x \quad | :(-2,5) \\ x &= 3 \end{aligned} \rightarrow B(3|-6)$$

$$C(4|y) \rightarrow y = -2,5 \cdot 4 + 1,5 = -8,5 \rightarrow C(4|-8,5)$$

$$\begin{aligned} D\left(x\left|\frac{1}{4}\right.\right) &\rightarrow \frac{1}{4} = -2,5 \cdot x + 1,5 \\ -\frac{5}{4} &= -2,5x \quad | -1,5 \\ x &= 0,5 \end{aligned} \rightarrow D\left(0,5\left|\frac{1}{4}\right.\right)$$

Lösungen - Lineare Funktionen

10

Lineare Funktionen
Grundlagen
5 Minuten



Entscheide anhand der Funktionsgleichung, welche Geraden parallel zueinander sind.

a) $y = -2x + 5$

d) $y = -\frac{1}{6}x + 5$

b) $y = 6x - 2$

e) $y = 2 \cdot (3x - 6) = 6x - 12$

c) $y = 4 + 2x = 2x + 4$

f) $y = 2x - 6$

Geraden sind parallel, wenn sie die gleiche Steigung haben. Also sind die Geraden b) und e) parallel, beide Geraden haben die Steigung 6. Auch die Geraden c) und f) sind parallel, beide Geraden haben die Steigung 2.

11

Lineare Funktionen
Fortgeschritten
12 Minuten



- a) Gib die Gleichung einer Geraden an, die parallel zur Geraden $y = \frac{1}{3}x - 4$ verläuft und durch den Punkt $A(3|2)$ geht.

Die Gerade soll parallel verlaufen, hat also die gleiche Steigung: $m = \frac{1}{3}$

Gegeben ist außerdem ein Punkt: $A(3|2)$. Diese Informationen setzt man nun in die Geradengleichung $y = mx + b$ ein und berechnet b:

$$2 = \frac{1}{3} \cdot 3 + b$$

$$2 = 1 + b \quad | -1$$

$$b = 1$$

Der Gleichung der gesuchten Gerade lautet $y = \frac{1}{3}x + 1$

Lösungen - Lineare Funktionen

11

Lineare Funktionen
Fortgeschritten
12 Minuten



- b) Gib die Gleichung einer Geraden an, die den gleichen Schnittpunkt mit der y-Achse hat wie die Gerade $y = 5x + 2$ und durch die Punkt $A(1|5)$ geht.

Gleicher Schnittpunkt mit der y-Achse: $b = 2$

Es ist ein Punkt gegeben: $A(1|5)$

Dies Informationen setzt man nun in die Geradengleichung $y = mx + b$ ein und berechnet m:

$$5 = m \cdot 1 + 2$$

$$5 = m + 2$$

$$m = 3$$

Die gesuchte Funktionsgleichung lautet $y = 3x + 2$.

- c) Wie ändert sich die Gleichung der Geraden $y = 4x$, wenn die Gerade um 3 Einheiten nach oben verschoben wird?

Die Gerade $y = 4x$ schneidet die y-Achse bei 0, da $b = 0$ ist. Wenn die Gerade um drei Einheiten nach oben verschoben ist, schneidet sie die y-Achse bei drei. Daraus folgt, dass $b = 3$ sein.

Die gesuchte Gerade hat die Gleichung $y = 4x + 3$.

Lösungen - Lineare Funktionen

11

Lineare Funktionen
Fortgeschritten
12 Minuten



- d) Gib die Gleichung einer Geraden an, die fällt und die y-Achse bei 2 schneidet.

Hier gibt es unendlich viele Lösungen, eine davon soll man angeben.

Schnittpunkt mit der y-Achse bei 2: $b = 2$

Die Gerade soll fallen, d.h. m muss negativ sein (alle negativen Werte sind möglich).

Mögliche Lösungen:

$$y = -x + 2$$

$$y = -2x + 2$$

$$y = -0,004x + 2$$

$$y = -8000x + 2$$

$$y = -\frac{3}{4}x + 2$$

- e) Eine Gerade schneidet die x-Achse bei 3 und die y-Achse bei 6. Wie lautet die Geradengleichung?

Hier sind zwei Punkte gegeben.

Der Schnittpunkt mit der x-Achse (Nullstelle): $N(3|0)$

Der Schnittpunkt mit der y-Achse: $S_y(0|6)$

Mit diesen Zwei Punkte kann man die Steigung berechnen:

$$m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{6 - 0}{0 - 3} = -2$$

Der Schnittpunkt mit der y-Achse liefert den Wert für b $\rightarrow b = 6$

Die gesuchte Geradengleichung lautet $y = -2x + 6$

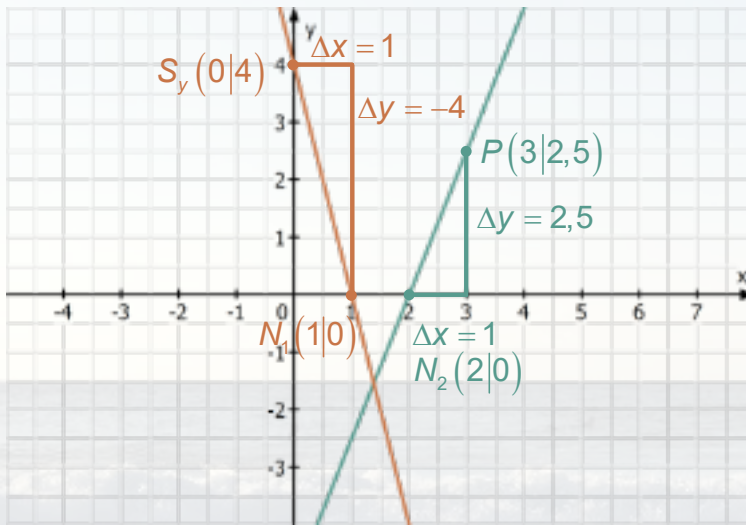
Lösungen - Lineare Funktionen

12

Lineare Funktionen
Grundlagen
10 Minuten



a) Bestimme die Funktionsgleichung der abgebildeten Geraden



Orangene Gerade:

$$m = \frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{-4}{1} = -4 \quad S_y(0|4) \quad \rightarrow \quad y = -4x + 4$$

Grüne Gerade:

$$m = \frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{2,5}{1} = 2,5$$

Um b zu berechnen, liest man einen Punkt ab. $\rightarrow P(3|2,5)$

Die Nullstelle darf man dabei nicht verwenden, denn die soll ja geprüft werden.

Steigung $m = 2,5$ und Punkt $P(3|2,5)$ in Geradengleichung und b ausrechnen: $2,5 = 2,5 \cdot 3 + b$

$$2,5 = 7,5 + b \quad | -7,5$$

$$b = -5$$

Die Gleichung der Geraden lautet: $y = 2,5x - 5$

Lösungen - Lineare Funktionen

12

Lineare Funktionen
Grundlagen
10 Minuten



- b) Lies die Nullstellen der Geraden ab und prüfe die Nullstellen rechnerisch mit der Funktionsgleichung, die Du in Aufgabe a) aufgestellt hast.

Orangene Gerade: $y = -4x + 4$ $N_1(1|0)$

Nullstelle einsetzen und prüfen, ob die Gleichung aufgeht.

$$0 = -4 \cdot 1 + 4$$

$$0 = -4 + 4$$

$$0 = 0$$

Es bleibt eine wahre Aussage übrig, somit ist der Nachweis erbracht, dass die abgelesene Nullstelle auch tatsächlich eine Nullstelle der Funktion ist.

Grüne Gerade: $y = 2,5x - 5$ $N_2(2|0)$

Nullstelle einsetzen und prüfen, ob die Gleichung aufgeht.

$$0 = 2,5 \cdot 2 - 5$$

$$0 = 5 - 5$$

$$0 = 0$$

Es bleibt eine wahre Aussage übrig, somit ist der Nachweis erbracht, dass die abgelesene Nullstelle auch tatsächlich eine Nullstelle der Funktion ist.

Lösungen - Lineare Funktionen

13

Lineare Funktionen
Grundlagen
5 Minuten



Prüfe, ob die angegebene Zahl eine Nullstelle der Geraden ist.

- a) $y = 4x - 8$ $x = 2$ $0 = 4 \cdot 2 - 8$
 $0 = 0$ ✓ Nullstelle
- b) $y = -\frac{1}{2}x + 2$ $x = -2$ $0 = -\frac{1}{2} \cdot (-2) + 2$
 $0 = 3$ ✗ Keine Nullstelle
- c) $y = x - 3$ $x = 3$ $0 = 3 - 3$
 $0 = 0$ ✓ Nullstelle
- d) $y = \frac{3}{4}x - 3$ $x = 4$ $0 = \frac{3}{4} \cdot 4 - 3$
 $0 = 3 - 3$
 $0 = 0$ ✓ Nullstelle
- e) $y = -\frac{1}{10}x + 9$ $x = 90$ $0 = -\frac{1}{10} \cdot 90 + 9$
 $0 = -9 + 9$
 $0 = 0$ ✓ Nullstelle
- f) $y = x$ $x = 1$ $0 = 1$ ✗ Keine Nullstelle

Lösungen - Lineare Funktionen

14

Lineare Funktionen
Grundlagen
8 Minuten



Berechne die Nullstelle der Funktionen.

a) $y = x - 8$

$$0 = x - 8 \quad | +8$$

$$x = 8 \rightarrow N(8|0)$$

b) $y = -2x + 10$

$$0 = -2x + 10 \quad | +2x$$

$$2x = 10 \quad | :2$$

$$x = 5 \rightarrow N(5|0)$$

c) $y = \frac{1}{4}x - 12$

$$0 = \frac{1}{4}x - 12 \quad | +\frac{1}{4}x$$

$$-\frac{1}{4}x = -12 \quad | : \left(-\frac{1}{4}\right)$$

$$x = 48 \rightarrow N(48|0)$$

d) $y = -\frac{2}{5}x + 6$

$$0 = -\frac{2}{5}x + 6 \quad | +\frac{2}{5}x$$

$$\frac{2}{5}x = 6 \quad | : \frac{2}{5}$$

$$x = 15 \rightarrow N(15|0)$$

e) $y = \frac{1}{3}x + 7$

$$0 = \frac{1}{3}x + 7 \quad | -\frac{1}{3}x$$

$$-\frac{1}{3}x = 7 \quad | : \left(-\frac{1}{3}\right)$$

$$x = -21 \rightarrow N(-21|0)$$

f) $y = 2,4x + 3,6$

$$0 = 2,4x + 3,6 \quad | -2,4x$$

$$-2,4x = 3,6 \quad | : (-2,4)$$

$$x = -1,5 \rightarrow N(-1,5|0)$$

Lösungen - Lineare Funktionen

15

Lineare Funktionen
Grundlagen
15 Minuten



Bestimme die Funktionsgleichung der Geraden, die durch die beiden Punkte A und B verläuft.

a) $A(0|-3)$ $B(5|27)$
 $\swarrow \searrow$ $\swarrow \searrow$
 $x_1 \ y_1$ $x_2 \ y_2$

Steigung der Geraden berechnen mit der Formel $m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$

$$m = \frac{27 - (-3)}{5 - 0} = \frac{30}{5} = 6$$

Nun setzt man entweder den Punkt A oder den Punkt B und die Steigung in die Geradengleichung $y = mx + b$ ein:

$$B(5|27) \quad m = 6$$

$$27 = 6 \cdot 5 + b$$

$$27 = 30 + b \quad | -30$$

$$b = -3$$

Die gesuchte Geradengleichung lautet $y = 6x - 3$.

Dass $b = -3$ hätte man auch am Punkt A sehen können. Immer wenn ein Punkt mit dem x-Wert 0 gegeben ist, dann ist der y-Wert des Punktes der Wert für b.

Lösungen - Lineare Funktionen

15

Lineare Funktionen
Grundlagen
15 Minuten



Bestimme die Funktionsgleichung der Geraden, die durch die beiden Punkte A und B verläuft.

b) $A(3|8)$ $B(2|7)$
 $\swarrow$ $\searrow$ $\swarrow$ $\searrow$
 x_1 y_1 x_2 y_2

Steigung der Geraden berechnen mit der Formel $m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$

$$m = \frac{7-8}{2-3} = \frac{-1}{-1} = 1$$

Nun setzt man entweder den Punkt A oder den Punkt B und die Steigung in die Geradengleichung $y = mx + b$ ein:

$A(3|8)$ $m = 1$

$$8 = 1 \cdot 3 + b$$

$$8 = 3 + b \quad | -3$$

$$b = 5$$

Die gesuchte Geradengleichung lautet $y = x + 5$.

Lösungen - Lineare Funktionen

15

Lineare Funktionen
Grundlagen
15 Minuten



Bestimme die Funktionsgleichung der Geraden, die durch die beiden Punkte A und B verläuft.

$$\text{c) } A\left(2 \mid -\frac{1}{2}\right) \quad B\left(6 \mid \frac{5}{2}\right)$$

$\swarrow \quad \searrow \quad \swarrow \quad \searrow$
 $x_1 \quad y_1 \quad x_2 \quad y_2$

Steigung der Geraden berechnen mit der Formel $m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$

$$m = \frac{\frac{5}{2} - \left(-\frac{1}{2}\right)}{6 - 2} = \frac{\frac{6}{2}}{4} = \frac{3}{4}$$

Nun setzt man entweder den Punkt A oder den Punkt B und die Steigung in die Geradengleichung $y = mx + b$ ein:

$$A\left(2 \mid -\frac{1}{2}\right) \quad m = 1$$

$$-\frac{1}{2} = \frac{3}{4} \cdot 2 + b$$

$$-\frac{1}{2} = \frac{3}{2} + b \quad \mid -\frac{3}{2}$$

$$-\frac{4}{2} = b$$

$$b = -2$$

Die gesuchte Geradengleichung lautet $y = \frac{3}{4}x - 2$.

Lösungen - Lineare Funktionen

15

Lineare Funktionen
Grundlagen
15 Minuten



Bestimme die Funktionsgleichung der Geraden, die durch die beiden Punkte A und B verläuft.

d) $A(8|-2)$ $B(-4|2)$
 $\swarrow \quad \searrow$ $\swarrow \quad \searrow$
 $x_1 \quad y_1$ $x_2 \quad y_2$

Steigung der Geraden berechnen mit der Formel $m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$

$$m = \frac{2 - (-2)}{-4 - 8} = \frac{4}{-12} = -\frac{1}{3}$$

Nun setzt man entweder den Punkt A oder den Punkt B und die Steigung in die Geradengleichung $y = mx + b$ ein:

$$A(8|-2) \quad m = -\frac{1}{3}$$

$$-2 = -\frac{1}{3} \cdot 8 + b$$

$$-2 = -\frac{8}{3} + b \quad | +\frac{8}{3}$$

$$-2 + \frac{8}{3} = b$$

$$-\frac{6}{3} + \frac{8}{3} = b$$

$$b = \frac{2}{3}$$

Die gesuchte Geradengleichung lautet $y = -\frac{1}{3}x + \frac{2}{3}$

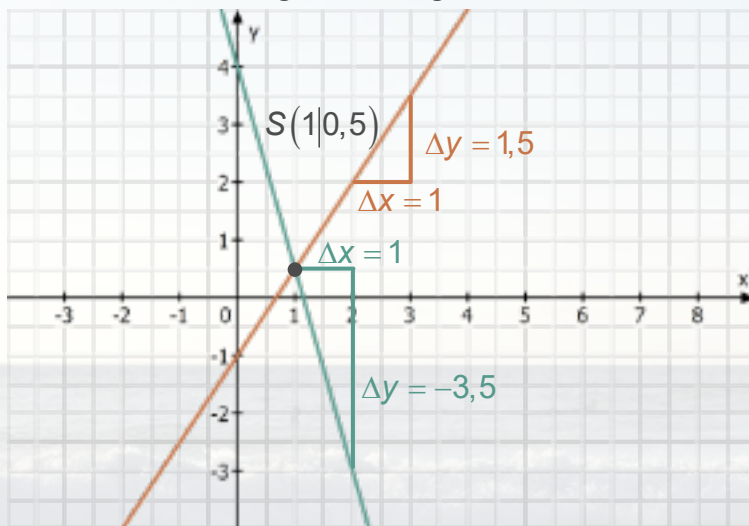
Lösungen - Lineare Funktionen

16

Lineare Funktionen
Grundlagen
8 Minuten



- a) Stelle die Gleichungen der abgebildeten Geraden auf.



Orangene Gerade:

$$m = \frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{1,5}{1} = 1,5$$

$$S_y(0|-1) \Rightarrow b = -1 \Rightarrow y = 1,5x - 1$$

Grüne Gerade:

$$m = \frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{-3,5}{1} = -3,5$$

$$S_y(0|4) \Rightarrow b = 4 \Rightarrow y = -3,5x + 4$$

- b) Lies den Punkt ab, in dem sich die beiden Geraden schneiden.

Die Geraden schneiden sich im Punkt $S(1|0,5)$.

- c) Überprüfe rechnerisch, ob der von Dir abgelesene Schnittpunkt richtig ist.

Man kann den Schnittpunkt überprüfen, in dem man den x-Wert des Punktes in beide Funktionen einsetzt. Bei beiden Gleichungen muss 0,5 rauskommen:

$$y = 1,5 \cdot 1 - 1 = 0,5$$

$$y = -3,5 \cdot 1 + 4 = 0,5$$

Lösungen - Lineare Funktionen

17

Lineare Funktionen
Grundlagen
8 Minuten



Berechne den Schnittpunkt der beiden Geraden.

a) $f(x) = 6x - 3$ $g(x) = 2x + 1$

Den x-Wert des Schnittpunktes findet man heraus, in dem man die beiden Funktionen gleichsetzt und die entstehende Gleichung nach x umstellt.

$$6x - 3 = 2x + 1 \quad | -2x$$

$$4x - 3 = 1 \quad | +3$$

$$4x = 4 \quad | :4$$

$$x = 1$$

Den y-Wert des Schnittpunktes findet man heraus, in dem man den x-Wert in eine der beiden Gleichungen einsetzt. Man kann den x-Wert auch in beide Gleichungen einsetzen. Dann hat man gleichzeitig die Probe gemacht und hat die Sicherheit, dass das Ergebnis stimmt.

$$y = 6 \cdot 1 - 3 \quad y = 2 \cdot 1 + 1$$

$$y = 3 \quad y = 3$$

Die Geraden schneiden sich im Punkt $S(1|3)$.

Lösungen - Lineare Funktionen

17

Lineare Funktionen
Grundlagen
8 Minuten



Berechne den Schnittpunkt der beiden Geraden.

$$\text{b) } f(x) = -12x + 2 \qquad g(x) = 4x + 10$$

Den x-Wert des Schnittpunktes findet man heraus, in dem man die beiden Funktionen gleichsetzt und die entstehende Gleichung nach x umstellt.

$$\begin{array}{rcl} -12x + 2 = 4x + 10 & | -4x \\ -16x + 2 = 10 & | -2 \\ -16x = 8 & | :(-16) \\ x = -\frac{1}{2} \end{array}$$

Den y-Wert des Schnittpunktes findet man heraus, in dem man den x-Wert in eine der beiden Gleichungen einsetzt. Man kann den x-Wert auch in beide Gleichungen einsetzen. Dann hat man gleichzeitig die Probe gemacht und hat die Sicherheit, dass das Ergebnis stimmt.

$$\begin{array}{ll} y = -12 \cdot \left(-\frac{1}{2}\right) + 2 & y = 4 \cdot \left(-\frac{1}{2}\right) + 10 \\ y = 6 + 2 & y = -2 + 10 \\ y = 8 & y = 8 \end{array}$$

Die Geraden schneiden sich im Punkt $S\left(-\frac{1}{2} \mid 8\right)$.

Lösungen - Lineare Funktionen

17

Lineare Funktionen
Grundlagen
8 Minuten



Berechne den Schnittpunkt der beiden Geraden.

$$c) f(x) = \frac{3}{4}x - \frac{1}{2} \quad g(x) = \frac{1}{2}x - \frac{3}{4}$$

Den x-Wert des Schnittpunktes findet man heraus, in dem man die beiden Funktionen gleichsetzt und die entstehende Gleichung nach x umstellt.

$$\frac{3}{4}x - \frac{1}{2} = \frac{1}{2}x - \frac{3}{4}$$

Auf Viertel erweitern (muss man nicht,
macht aber das Rechnen angenehmer).

$$\frac{3}{4}x - \frac{2}{4} = \frac{2}{4}x - \frac{3}{4}$$

$$| -\frac{2}{4}x$$

$$\frac{1}{4}x - \frac{2}{4} = -\frac{3}{4}$$

$$| +\frac{2}{4}$$

$$\frac{1}{4}x = -\frac{1}{4}$$

$$| : \left(-\frac{1}{4}\right)$$

$$x = -1$$

Den y-Wert des Schnittpunktes findet man heraus, in dem man den x-Wert in eine der beiden Gleichungen einsetzt. Man kann den x-Wert auch in beide Gleichungen einsetzen. Dann hat man gleichzeitig die Probe gemacht und hat die Sicherheit, dass das Ergebnis stimmt.

$$y = \frac{3}{4} \cdot (-1) - \frac{1}{2}$$

$$y = \frac{1}{2} \cdot (-1) - \frac{3}{4}$$

$$y = -\frac{3}{4} - \frac{1}{2}$$

$$y = -\frac{1}{2} - \frac{3}{4}$$

$$y = -\frac{3}{4} - \frac{2}{4}$$

$$y = -\frac{2}{4} - \frac{3}{4}$$

$$y = -\frac{5}{4}$$

$$y = -\frac{5}{4}$$

Die Geraden schneiden sich im Punkt $S\left(-1 \mid -\frac{5}{4}\right)$.

Lösungen - Lineare Funktionen

18

Lineare Funktionen
Fortgeschritten
15 Minuten



Gegeben sind zwei Geraden durch die Funktionsgleichungen $f(x) = -0,5x + 1$ und $g(x) = x + 4$

a) Berechne die Nullstellen der beiden Funktionen.

Nullstellen von $f(x)$:

$$0 = -0,5x + 1 \quad | +0,5x$$

$$0,5x = 1 \quad | :0,5$$

$$x = 2 \quad \Rightarrow \quad N(2|0)$$

Nullstellen von $g(x)$:

$$0 = x + 4 \quad | -4$$

$$x = -4 \quad \Rightarrow \quad N(-4|0)$$

b) Berechne den Schnittpunkt der Geraden.

Den x-Wert des Schnittpunktes findet man heraus, in dem man die beiden Funktionen gleichsetzt und die entstehende Gleichung nach x umstellt.

$$-0,5x + 1 = x + 4 \quad | -x$$

$$-1,5x + 1 = 4 \quad | -1$$

$$-1,5x = 3 \quad | :(-1,5)$$

$$x = -2$$

Den y-Wert des Schnittpunktes findet man heraus, in dem man den x-Wert in eine der beiden Gleichungen einsetzt. Man kann den x-Wert auch in beide Gleichungen einsetzen. Dann hat man gleichzeitig die Probe gemacht und hat die Sicherheit, dass das Ergebnis stimmt.

$$y = -0,5 \cdot (-2) + 1$$

$$y = 1 + 1$$

$$y = 2$$

$$y = -2 + 4$$

$$y = 2$$

Die Geraden schneiden sich im Punkt $S(-2|2)$.

Lösungen - Lineare Funktionen

18

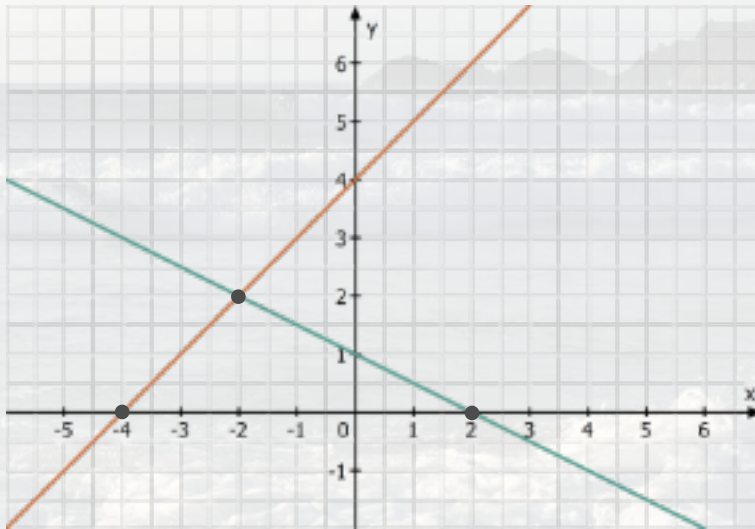
Lineare Funktionen
Fortgeschritten
15 Minuten



Gegeben sind zwei Geraden durch die Funktionsgleichungen $f(x) = -0,5x + 1$ und $g(x) = x + 4$

- c) Zeichne die Geraden in ein Koordinatensystem, markiere die Nullstellen und den Schnittpunkt.

Um eine Gerade zeichnen zu können, benötigt man zwei Punkte. Hier hat man für jede Gerade schon zwei Punkte: Den Schnittpunkt und die Nullstelle. Also zeichnet man die in ein Koordinatensystem und verbindet sie.



- d) Der Schnittpunkt und die Nullstellen der beiden Geraden bilden ein Dreieck. Berechne die Fläche dieses Dreiecks.

Lösungen - Lineare Funktionen

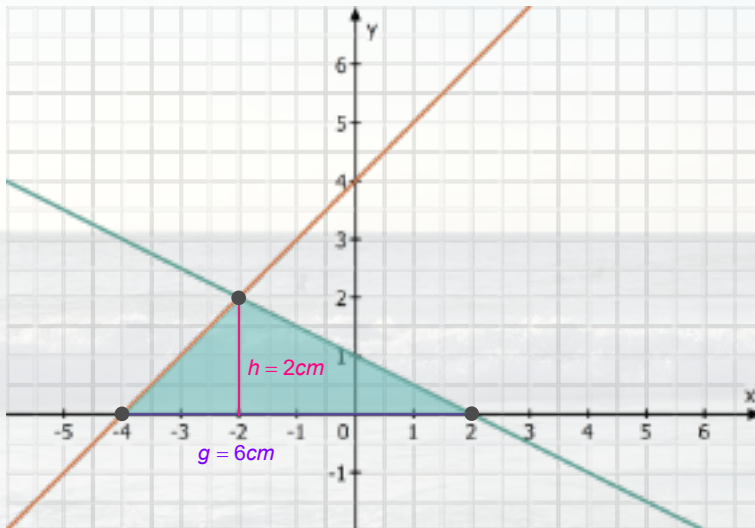
18

Lineare Funktionen
Fortgeschritten
15 Minuten



Gegeben sind zwei Geraden durch die Funktionsgleichungen $f(x) = -0,5x + 1$ und $g(x) = x + 4$

- d) Der Schnittpunkt und die Nullstellen der beiden Geraden bilden ein Dreieck. Berechne die Fläche dieses Dreiecks.



Die Fläche eines Dreiecks berechnet man mit der Formel $A = \frac{1}{2} \cdot g \cdot h$

Die Grundseite g ist die Entfernung zwischen den beiden Nullstellen, das sind 6 cm. Die Höhe h geht senkrecht von der Grundseite zum gegenüber liegenden Punkt und hat die Länge 2 cm.

Das Dreieck hat die Fläche $A = \frac{1}{2} \cdot 6\text{cm} \cdot 2\text{cm} = 6\text{cm}^2$

Lösungen - Lineare Funktionen

19

Lineare Funktionen
Fortgeschritten
10 Minuten



In einer Regentonne befinden sich 126 Liter Wasser. Pro Minute fließen 3,5 Liter raus.

- a) Stelle eine Funktionsgleichung auf, mit der man berechnen kann, wie viel Liter Wasser nach x Minuten noch in der Regentonne sind.

Zum Zeitpunkt 0 Minuten befinden sich 126 Liter Wasser in der Tonne. Das ist der Schnittpunkt mit der y -Achse. $\Rightarrow b = 126$

Pro Minute fließen 3,5 Liter aus der Tonne heraus. $\Rightarrow m = -3,5$

Die gesuchte Funktionsgleichung lautet $y = -3,5x + 126$

- b) Nach wie viel Minuten ist nur noch die Hälfte der Wassermenge vorhanden? Wann ist die Tonne leer?

In der Funktion steht x für die Zeit und y für die Wassermenge. Es ist eine Wassermenge gegeben (die Hälfte von 126), also setzt man das für y ein und stellt die Gleichung nach x um.

$$63 = -3,5x + 126$$

$$-63 = -3,5x$$

$$x = 18$$

Nach 18 Minuten ist die Tonne nur noch halb voll. Bis die Tonne leer ist, dauert es noch mal 18 Minuten, also ist die Tonne nach 36 Minuten leer.

Alternativ kann man auch die Nullstelle der Funktion berechnen.

- c) Wie ändert sich die in a) aufgestellte Funktionsgleichung, wenn es regnet und 0,3 Liter Wasser pro Minute in die Tonne fließen?

Der Funktion muss der Term $0,3x$ hinzugefügt werden.

$$y = -3,5x + 126 + 0,3x$$

$$y = -3,2x + 126$$

Lösungen - Lineare Funktionen

20 Lineare Funktionen Fortgeschritten 10 Minuten



Ein Flugzeug fliegt in 10.000 m Höhe und beginnt den Landeanflug. Nach 20 Minuten landet das Flugzeug. Es wird angenommen, dass der Landeanflug geradlinig verläuft.

- a) Stelle eine Funktionsgleichung der Geraden auf, die den Landeanflug beschreibt. Dabei soll x für die Zeit in Minuten stehen und y für die aktuelle Flughöhe.

Zum Zeitpunkt 0 Minuten befindet sich das Flugzeug in einer Höhe von 10.000 m. Das ist der Schnittpunkt mit der y -Achse. $\Rightarrow b = 10.000$

Nach 20 Minuten landet das Flugzeug. Damit ist eine Nullstelle gegeben, denn landen bedeutet, dass das Flugzeug die Höhe 0 hat. $\Rightarrow N(20|0)$

Somit haben wir die Gleichung $y = mx + 10000$ und den Punkt $N(20|0)$. Diesen Punkt setzen wir in die Gleichung ein, um m zu berechnen:

$$0 = m \cdot 20 + 10000 \quad | -10000$$

$$-10000 = 20m \quad | : 20$$

$$m = -500$$

Der Landeanflug wird durch die Gleichung $y = -500 \cdot x + 10000$ beschrieben.

- b) Wie viel Höhe verliert das Flugzeug pro Minute?

Die Steigung m der Geraden gibt den Höhenverlust in Metern pro Minute an. Das Flugzeug verliert pro Minute also 500 Meter an Höhe.

- c) In welcher Höhe befindet sich das Flugzeug nach 3 Minuten?

3 Minuten sind eine Zeit. In der Funktionsgleichung steht x für die Zeit. Also setzt man in die Funktion für x den Wert 3 ein:

$$y = -500 \cdot 3 + 10000$$

$$y = 8500$$

Nach 3 Minuten befindet sich das Flugzeug in einer Höhe von 8500 m.

Lösungen - Lineare Funktionen

20

Lineare Funktionen
Fortgeschritten
10 Minuten



Ein Flugzeug fliegt in 10.000 m Höhe und beginnt den Landeanflug. Nach 20 Minuten landet das Flugzeug. Es wird angenommen, dass der Landeanflug geradlinig verläuft.

d) Nach welcher Zeit hat das Flugzeug eine Flughöhe von 7300 m?

In der Funktionsgleichung steht y für die Höhe. Wir setzen also 7300 für y in die Funktionsgleichung ein und berechnen x (die Zeit).

$$7300 = -500x + 10000$$

$$-2700 = -500x$$

$$x = 5,4$$

5,4 Minuten nach Beginn des Landeanfluges hat das Flugzeug eine Höhe von 7300 m.

Lösungen - Lineare Funktionen

21

Lineare Funktionen
Fortgeschritten
10 Minuten



Ein Chemiekonzern benötigt täglich 3000kg Ammoniak zur Herstellung von Dünger. Es gibt einen Vorrat von 22,5 t.

- a) Erläutere die Bedeutung der Funktionsgleichung $f(x) = -3x + 22,5$ im Sachzusammenhang. Wofür stehen x und $f(x)$?

x steht für die Zeit in Tagen, $f(x)$ (also y) steht für den Vorrat an Ammoniak in Tonnen. Zum Zeitpunkt $x = 0$ sind 22,5 t Ammoniak vorhanden. Der Punkt $P(0|22,5)$ liegt also auf der Geraden, das ist der Schnittpunkt mit der y -Achse. Daraus folgt: $b = 22,5$. Täglich werden 3000 kg verbraucht, das sind 3 Tonnen. Für die Steigung der Geraden gilt deshalb: $m = -3$.

- b) Berechne die Nullstelle der Funktion. Welche Bedeutung hat die Nullstelle im Sachzusammenhang?

$$0 = -3x + 22,5 \quad | +3x$$

$$3x = 22,5 \quad | :3$$

$$x = 7,5 \quad \longrightarrow \quad N(7,5|0)$$

Nach 7,5 Tagen ist der Vorrat an Ammoniak aufgebraucht.

- c) Wenn der Vorrat unter 10,5 t fällt, muss Ammoniak nachbestellt werden. Nach wie vielen Tagen muss die Nachbestellung erfolgen?

Die 10,5 t sind eine Menge und in unserer Funktion steht y für die Menge. Also setzen wir 10,5 in die Funktion für y ein und berechnen x :

$$10,5 = -3x + 22,5 \quad | +3x$$

$$3x + 10,5 = 22,5 \quad | -10,5$$

$$3x = 12 \quad | :3$$

$$x = 4$$

Nach 4 Tagen muss Ammoniak nachbestellt werden.

Lösungen - Lineare Funktionen

22

Lineare Funktionen
Fortgeschritten
15 Minuten



Bei der Firma Ärgis kostet ein Mietwagen pro Tag 230 €. Pro gefahrenem Kilometer werden 0,50€ berechnet. Bei einem anderen Saftladen namens Schrottcар kostet eine verrostete Karre mit Getriebeschaden nur 50 € pro Tag, dafür werden pro gefahrenem Kilometer 1,50€ berechnet (falls die Kiste überhaupt fährt).

- a) Nehmen wir an, beide Autos schaffen eine Strecke von 400 km ohne Werkstattbesuch. Bei welchem Anbieter wäre die Automiete günstiger?

Die Lösung kann man finden, in dem man ein wenig herumprobiert und rechnet. Sinnvoller ist es, für jeden Anbieter eine Funktionsgleichung aufzustellen. Das ist in Aufgabenteil C) sowieso gefragt.

In den Funktionsgleichungen steht x für die Anzahl der gefahrenen Kilometer und y für die Gesamtkosten des Mietwagens.

Anbieter Ärgis:

Wenn man 0 km fährt, werden dennoch 230 € Tagesmiete berechnet. Das ist der Schnittpunkt mit der y -Achse, da diese Angaben dem Punkt $S_y(0|230)$ entsprechen. $\Rightarrow b = 230$

Für jeden gefahrenen Kilometer steigen die Kosten um 0,50 €. $\Rightarrow m = 0,5$

Die Funktionsgleichung für den Anbieter Ärgis lautet: $f(x) = 0,5x + 230$

Anbieter Schrottcар:

Wenn man 0 km fährt, werden dennoch 50 € Tagesmiete berechnet. Das ist der Schnittpunkt mit der y -Achse, da diese Angaben dem Punkt $S_y(0|50)$ entsprechen. $\Rightarrow b = 50$

Für jeden gefahrenen Kilometer steigen die Kosten um 1,50 €. $\Rightarrow m = 1,5$

Die Funktionsgleichung für den Anbieter Schrottcар lautet: $g(x) = 1,5x + 50$

Kosten nach 400 km: Ärgis: $f(400) = 0,5 \cdot 400 + 230 = 430$

Schrottcар: $g(400) = 1,5 \cdot 400 + 50 = 600$

400 km kosten bei Ärgis 430 €, bei Schrottcар 630 €.

Lösungen - Lineare Funktionen

22

Lineare Funktionen
Fortgeschritten
15 Minuten



Bei der Firma Ärgis kostet ein Mietwagen pro Tag 230 €. Pro gefahrenem Kilometer werden 0,50€ berechnet. Bei einem anderen Saftladen namens Schrottcars kostet eine verrostete Karre mit Getriebeschaden nur 50 € pro Tag, dafür werden pro gefahrenem Kilometer 1,50€ berechnet (falls die Kiste überhaupt fährt).

- b) Bei welchem Anbieter würdest Du das Auto mieten, wenn das Geld egal ist? Fällt Dir auf, wie der Text Deine Entscheidung manipuliert hat.

Deutschlehrer fragen.

- c) Stelle für jeden Anbieter eine Funktionsgleichung auf, mit der die Kosten der Automiete in Abhängigkeit von den gefahrenen Kilometern berechnet werden können.

Siehe Lösung bei a).

- d) Berechne die Anzahl von Kilometern, bei denen die Automiete bei beiden Anbietern gleich hoch ist. Wie hoch ist die Miete in diesem Fall?

Gesucht ist der Schnittpunkt der beiden Geraden. Den x-Wert des Schnittpunktes erhält man, in dem man die beiden Funktionsgleichungen gleichsetzt und x berechnet.

$$0,5x + 230 = 1,5x + 50 \quad | -1,5x$$

$$-x + 230 = 50 \quad | -230$$

$$-x = -180 \quad | :(-1)$$

$$x = 180$$

Wir wissen nun, dass bei einer Fahrt von 180 km die Kosten bei beiden Anbietern gleich hoch sind. Der y-Wert des Schnittpunktes steht für die Kosten. Um den y-Wert zu berechnen, setzen wir 180 für x in eine der beiden Gleichungen ein: $f(180) = 0,5 \cdot 180 + 230 = 320$

Bei 180 km betragen die Kosten bei beiden Anbietern 320 €. Für kürzere Entfernungen wäre Anbieter Schrottcars günstiger (da er eine niedrigere Grundgebühr hat). Für weitere Fahrten ist Anbieter Ärgis die bessere Wahl, weil pro km nur 0,5€ berechnet werden.

Lösungen - Lineare Funktionen

23

Lineare Funktionen
Fortgeschritten
15 Minuten



In den USA wird die Temperatur in Fahrenheit (°F) angegeben. In Europa nutzt man die Celsius-Skala (°C). 15 °C entsprechen 59 °F. 30 °C entsprechen 86 °F. Der Zusammenhang ist linear.

- a) Stelle eine Funktionsgleichung auf, mit der man eine Temperatur von °C in °F umrechnen kann.

Der Zusammenhang ist linear, d. h. es gilt die Geradengleichung $y = mx + b$. Wir setzen x für die Angaben in °C und y für die Angaben in °F.

$$15^{\circ}\text{C entsprechen } 59^{\circ}\text{F} \longrightarrow A(15|59)$$

$$30^{\circ}\text{C entsprechen } 86^{\circ}\text{F} \longrightarrow B(30|86)$$

Mit diesen beiden Punkten kann man die Steigung berechnen:

$$m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{86 - 59}{30 - 15} = \frac{27}{15} = \frac{9}{5}$$

Nun setzt man einen der Punkte und die Steigung in die Geradengleichung ein:

$$y = mx + b \quad A(15|59) \quad m = \frac{9}{5}$$

$$59 = \frac{9}{5} \cdot 15 + b$$

$$59 = 9 \cdot 3 + b$$

$$59 = 27 + b \quad | -27$$

$$b = 32$$

Die gesuchte Funktionsgleichung lautet $y = \frac{9}{5}x + 32$

Lösungen - Lineare Funktionen

23

Lineare Funktionen
Fortgeschritten
15 Minuten



In den USA wird die Temperatur in Fahrenheit (°F) angegeben. In Europa nutzt man die Celsius-Skala (°C). 15 °C entsprechen 59 °F. 30 °C entsprechen 86 °F. Der Zusammenhang ist linear.

- b) Wie lautet die Funktionsgleichung für die umgekehrte Umrechnung von °F in °C?

Um diese Aufgabe zu lösen, gibt es zwei Möglichkeiten.

Möglichkeit 1: Man definiert die Variablen genau anders herum. x steht für °F und y steht für °C

59°F entsprechen 15°C $\Rightarrow A(59|15)$

86°F entsprechen 30°C $\Rightarrow B(86|30)$

$$m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{30 - 15}{86 - 59} = \frac{15}{27} = \frac{5}{9}$$

Nun setzt man einen der Punkte und die Steigung in die Geradengleichung ein:

$$y = mx + b \quad A(59|15) \quad m = \frac{5}{9}$$

$$15 = \frac{5}{9} \cdot 59 + b$$

$$15 = \frac{295}{9} + b \quad | -\frac{295}{9}$$

$$15 - \frac{295}{9} = b$$

$$\frac{15 \cdot 9}{9} - \frac{295}{9} = b$$

$$\frac{135}{9} - \frac{295}{9} = b$$

$$b = -\frac{160}{9}$$

Für die Umrechnung von °F in °C gilt die

$$\text{Gleichung } y = \frac{5}{9}x - \frac{160}{9}$$

Lösungen - Lineare Funktionen

23

Lineare Funktionen
Fortgeschritten
15 Minuten



In den USA wird die Temperatur in Fahrenheit (°F) angegeben. In Europa nutzt man die Celsius-Skala (°C). 15 °C entsprechen 59 °F. 30 °C entsprechen 86 °F. Der Zusammenhang ist linear.

- b) Wie lautet die Funktionsgleichung für die umgekehrte Umrechnung von °F in °C?

Um diese Aufgabe zu lösen, gibt es zwei Möglichkeiten.

Möglichkeit 2:

Man nimmt die Funktionsgleichung aus Aufgabenteil a) und bildet die Umkehrfunktion.

$$y = \frac{9}{5}x + 32$$

x steht für °C
y steht für °F

Die Umkehrfunktion bildet man, indem man die Variablen x und y vertauscht und die entstehende Funktion nach y umstellt.

$$x = \frac{9}{5}y + 32$$

x steht für °F
y steht für °C

$$x - \frac{9}{5}y = 32 \quad | -x$$

$$-\frac{9}{5}y = -x + 32 \quad | : \left(-\frac{9}{5}\right)$$

$$y = (-x + 32) : \left(-\frac{9}{5}\right)$$

Man teilt durch einen Bruch, indem man mit dem Kehrwert multipliziert

$$y = -1 \cdot \left(-\frac{5}{9}\right)x + 32 \cdot \left(-\frac{5}{9}\right)$$

$$y = \frac{5}{9}x - \frac{160}{9}$$

Lösungen - Lineare Funktionen

23

Lineare Funktionen
Fortgeschritten
15 Minuten



In den USA wird die Temperatur in Fahrenheit (°F) angegeben. In Europa nutzt man die Celsius-Skala (°C). 15 °C entsprechen 59 °F. 30 °C entsprechen 86 °F. Der Zusammenhang ist linear.

c) Rechne 5 °C in °F um.

Für die Umrechnung verwendet man die Funktion aus Aufgabenteil a)

$$y = \frac{9}{5}x + 32$$

x steht für °C
y steht für °F

$$y = \frac{9}{5} \cdot 5 + 32$$

$$y = 9 + 32$$

$$y = 41$$

5°C entsprechen 41°F.

d) Rechne 95 °F in °C um.

Es gibt zwei Möglichkeiten, die Umrechnung durchzuführen.

Möglichkeit 1: Man verwendet die Funktion aus Aufgabenteil a)

$$y = \frac{9}{5}x + 32$$

x steht für °C
y steht für °F

$$95 = \frac{9}{5}x + 32 \quad | -32$$

$$63 = \frac{9}{5}x \quad | : \frac{9}{5}$$

$$63 : \frac{9}{5} = x$$

Man teilt durch einen Bruch, indem man mit dem Kehrwert multipliziert

$$63 \cdot \frac{5}{9} = x$$

$$7 \cdot 5 = x$$

$$x = 35$$

95°F entsprechen 35°C

Lösungen - Lineare Funktionen

23

Lineare Funktionen
Fortgeschritten
15 Minuten



In den USA wird die Temperatur in Fahrenheit (°F) angegeben. In Europa nutzt man die Celsius-Skala (°C). 15 °C entsprechen 59 °F. 30 °C entsprechen 86 °F. Der Zusammenhang ist linear.

d) Rechne 95 °F in °C um.

Möglichkeit 2: Man verwendet die Funktion aus Aufgabenteil b)

$$y = \frac{5}{9} \cdot x - \frac{160}{9}$$

x steht für °F
y steht für °C

$$y = \frac{5}{9} \cdot 95 - \frac{160}{9}$$

$$y = \frac{475}{9} - \frac{160}{9}$$

$$y = \frac{315}{9}$$

$$y = 35 \quad 95^\circ\text{F entsprechen } 35^\circ\text{C}$$

Lösungen - Lineare Funktionen

24

Lineare Funktionen
Profi
15 Minuten



Der Supercomputer Cray Y-MP war im Jahr 1990 der schnellste Superrechner der Welt. Er schaffte eine Rechenleistung von 1 GFLOPS. Das sind eine Milliarde Rechenoperationen in einer Sekunde. Eine Smartwatch im Jahr 2026 hat eine Rechenleistung von ca. 55 GFLOPS. Wir nehmen an, die Entwicklung der Rechenleistung wäre linear verlaufen.

- a) Stelle eine Geradengleichung auf, die dem Jahr x ($x = 0$ steht für 1990) die Rechenleistung y zuordnet.

Wir nehmen an, die Entwicklung der Rechenleistung verläuft linear, dass bedeutet, sie kann durch eine Gerade beschrieben werden. $\Rightarrow$

$$y = mx + b$$

Die gegebenen Informationen kann man als Punkte auf der Geraden interpretieren.

Im Jahr 1990 ($x = 0$) betrug die Rechenleistung 1 GFLOPS ($y = 1$)

$$\Rightarrow A(0|1) \Rightarrow \text{Schnittpunkt mit der } y\text{-Achse} \Rightarrow b = 1$$

Im Jahr 2026 ($x = 36$, da 36 Jahre seit 1990 vergangen sind) betrug die Rechenleistung 55 GFLOPS ($y = 56$) $\Rightarrow B(36|55)$

Wenn zwei Punkte gegeben sind, kann man die Steigung der Geraden berechnen:

$$m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{55 - 1}{36 - 0} = \frac{54}{36} = \frac{6}{4} = \frac{3}{2} = 1,5$$

Die gesuchte Geradengleichung lautet: $f(x) = 1,5x + 1$

Lösungen - Lineare Funktionen

24

Lineare Funktionen
Profi
15 Minuten



Der Supercomputer Cray Y-MP war im Jahr 1990 der schnellste Superrechner der Welt. Er schaffte eine Rechenleistung von 1 GFLOPS. Das sind eine Milliarde Rechenoperationen in einer Sekunde. Eine Smartwatch im Jahr 2026 hat eine Rechenleistung von ca. 55 GFLOPS. Wir nehmen an, die Entwicklung der Rechenleistung wäre linear verlaufen.

- b) Welche Rechenleistung hätte nach diesem Modell der Cray T3E Supercomputer im Jahr 2000 haben müssen?

Von 1990 bis 2000 sind 10 Jahre vergangen $\Rightarrow x = 10$
Diesen x-Wert setzt man in die Funktion ein:

$$f(10) = 1,5 \cdot 10 + 1 = 15 + 1 = 16$$

Nach diesem Modell hätte der Cray T3E im Jahre 2000 eine Rechenleistung von 16 GFLOPS haben müssen.

- c) Tatsächlich hatte der Cray T3E im Jahr 2000 eine Rechenleistung von 900 GFLOPS. Wie viele Jahre hätte die Entwicklung dieser Rechenleistung gedauert, wenn das lineare Modell stimmen würde?

Es ist eine Rechenleistung gegeben, also der y-Wert. $\Rightarrow y = 900$

$$900 = 1,5x + 1 \quad | -1$$

$$899 = 1,5x \quad | : 1,5$$

$$x = 599,3$$

Nach diesem Modell hätte es fast 600 Jahre dauern müssen, die Rechenleistung auf 900 GFLOPS zu steigern. Daran erkennt man, dass dieses Modell falsch ist und kein lineares Wachstum vorliegt.

- d) Welcher Denkfehler ist in den Aufgabenstellungen b) und c) gemacht worden?

Wenn man den Zuwachs an Rechenleistung veranschaulichen möchte, muss man Computer der gleichen Klasse vergleichen. Man müsste also einen Supercomputer von 1990 mit einem Supercomputer von heute vergleichen und nicht mit einer Smartwatch.

Lösungen - Lineare Funktionen

25

Lineare Funktionen
Profi
15 Minuten



In einem Krankenhaus bekommt ein Patient eine Infusion. Auf einem Display kann die Zeit und die Menge an Flüssigkeit abgelesen werden, die sich noch in der Flasche befindet. Folgende Werte wurden abgelesen:

Zeit x in Minuten	5	17	24	29	33
Flascheninhalt in ml	525	345	240	165	105

- a) Der Vorgang ist linear. Stelle eine Funktionsgleichung auf, mit der die Füllmenge der Flasche zur Zeit x berechnet werden kann.

Der Vorgang ist linear bedeutet, dass er über eine Geradengleichung beschrieben werden kann. Daraus folgt der Ansatz $y = mx + b$

Eine Geradengleichung lässt sich aufstellen, wenn man zwei Punkte gegeben hat. In der Tabelle sind 5 Punkte gegeben. Also wählt man sich zwei davon aus. Da in der Aufgabe kein Taschenrechner erlaubt ist, wählt man die Punkte so, dass man gut im Kopf rechnen kann:

$A(33|105)$ $B(24|240)$

Mit zwei Punkten kann die Steigung einer Geraden berechnet werden:

$$m = \frac{240 - 105}{24 - 33} = \frac{135}{-9} = -15$$

Nun setzt man die Steigung und einen der beiden Punkte in die Geradengleichung ein und berechnet b:

$$y = mx + b \quad B(24|240) \quad m = -15$$

$$240 = -15 \cdot 24 + b$$

$$240 = -360 + b \quad | +360$$

$$b = 600$$

Der Vorgang kann durch die Funktionsgleichung $f(x) = -15x + 600$ beschrieben werden.

Lösungen - Lineare Funktionen

25

Lineare Funktionen
Profi
15 Minuten



In einem Krankenhaus bekommt ein Patient eine Infusion. Auf einem Display kann die Zeit und die Menge an Flüssigkeit abgelesen werden, die sich noch in der Flasche befindet. Folgende Werte wurden abgelesen:

Zeit x in Minuten	5	17	24	29	33
Flascheninhalt in ml	525	345	240	165	105

b) Wie viel Flüssigkeit war zu Beginn in der Flasche?

Aus der Funktionsgleichung $f(x) = -15x + 600$ kann man ablesen, dass zu Beginn 600ml in der Flasche waren (y-Achsenabschnitt).

c) Berechne die Nullstelle der Funktion und erkläre die Bedeutung im Sachzusammenhang.

$$0 = -15x + 600 \quad | +15x$$

$$15x = 600$$

$$x = 40 \quad | :15$$

Interpretation der Nullstelle: Nach 40 Minuten ist die Flasche leer.

d) Wie viel ml befinden sich nach 18 Minuten in der Flasche?

$$f(18) = -15 \cdot 18 + 600 = -270 + 600 = 330$$

Nach 18 Minuten befinden sich 330 ml in der Flasche.

e) Wann befinden sich noch 255 ml in der Flasche?

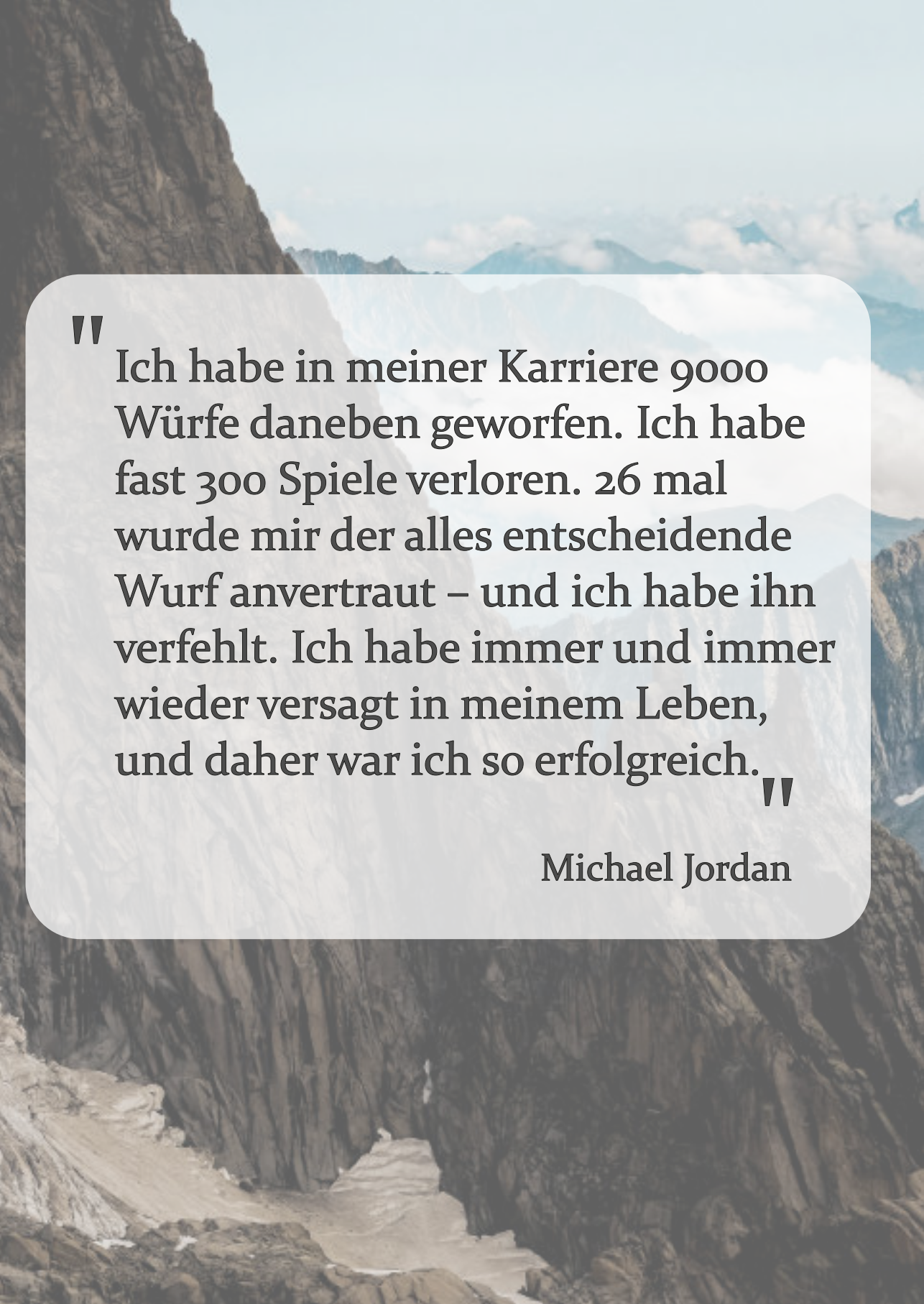
255 ml sind eine Menge. In unserer Funktion steht y für die Menge. Also setzt man 255 für y in die Funktion ein und rechnet x aus.

$$255 = -15x + 600 \quad | -600$$

$$-345 = -15x \quad | :(-15)$$

$$x = 23$$

Nach 23 Minuten sind noch 255 ml in der Flasche.



“ Ich habe in meiner Karriere 9000 Würfe daneben geworfen. Ich habe fast 300 Spiele verloren. 26 mal wurde mir der alles entscheidende Wurf anvertraut – und ich habe ihn verfehlt. Ich habe immer und immer wieder versagt in meinem Leben, und daher war ich so erfolgreich. ”

Michael Jordan



#1# mathe.coach

